

В.А. Андрианов, В.П. Горьков

ДИФфуЗИОННАЯ МОДЕЛЬ ДЕТЕКТОРОВ НА ОСНОВЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ТУННЕЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ

1. Введение

В настоящее время в России и за рубежом проводятся работы по созданию новых детекторов рентгеновского и оптического излучения, основанных на использовании сверхпроводящих туннельных переходов (СТП детекторы) [1,2]. Эти детекторы должны обладать высоким энергетическим разрешением и низким порогом регистрации по энергии. Конструктивно, СТП детекторы состоят из двух сверхпроводящих пленок (электродов), разделенных тонким слоем изолятора (см. рис.1). Поглощение кванта излучения в одном из электродов СТП приводит к разрыву куперовских электронных пар и образованию неравновесных электронов (квазичастиц), туннелирование которых через изолирующий слой представляет импульсный ток детектора. Собранный при этом заряд пропорционален энергии кванта излучения.

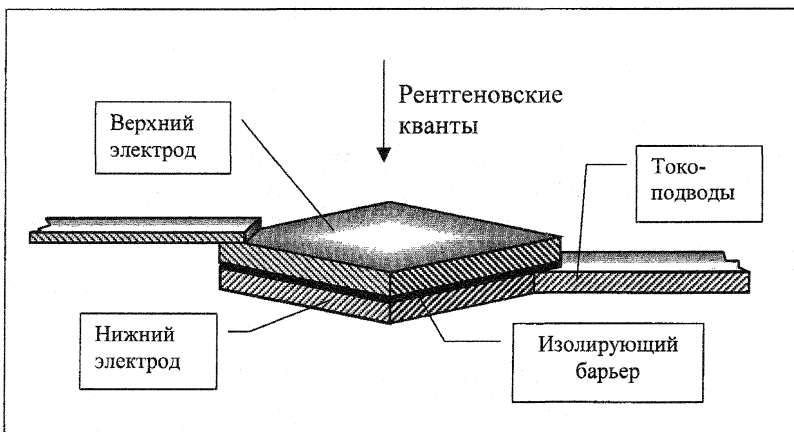


Рис.1. Схема сверхпроводящего туннельного детектора

В процессе разработки СТП детекторов был выявлен ряд механизмов, ведущих к ухудшению энергетического разрешения. Один из них связан с диффузией квазичастиц в электроде и с их ускоренной гибелью

на границе электрода, в результате чего величина собранного заряда становится функцией от координаты поглощения кванта излучения. В связи с этим возникла потребность математического описания диффузионных процессов в СТП детекторах и анализа влияния граничных потерь на энергетическое разрешение. Сравнение экспериментальных данных с расчетами должно было обеспечить определение основных физических параметров детекторов и способствовать улучшению технологии их изготовления.

В расчетах учитывались следующие физические процессы: диффузия квазичастиц в плоскости электрода с коэффициентом диффузии D ; туннелирование квазичастиц через изолирующий слой с константой γ_T , гибель квазичастиц в объеме электрода с константой γ_L и гибель на границе электрода с константой α . Поскольку толщина электродов значительно меньше их размеров в двух других измерениях, задача рассматривалась как двумерная.

Концентрация квазичастиц в электроде (область G) описывается функцией $u(x, y, t)$, где x и y координаты, t время. Импульсный туннельный ток дается интегралом по области туннельного барьера G_T

$$I(t) = e \cdot \gamma_T \iint_{G_T} u(x, y, t) dx dy, \quad (1)$$

где e заряд электрона. В общем случае G_T может быть меньше области электрода G . Собранный заряд Q определяется интегралом

$$Q = \int_0^{\infty} I(t) dt. \quad (2)$$

Энергетическое разрешение детектора определяется флуктуациями величины собранного заряда Q при облучении моноэнергетическим пучком квантов. В идеальном случае распределение заряда Q описывается гауссовым распределением с дисперсией σ_0^2 [3]. В случае зависимости собранного заряда Q от координаты поглощения (x_0, y_0) , линия детектора уширяется, и распределение заряда $s(Q)$ дается следующим выражением [4]

$$s(Q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2 A_G}} \iint_G dx_0 dy_0 \exp\left(-\frac{(Q - Q(x_0, y_0))^2}{2\sigma_0^2}\right), \quad (3)$$

где A площадь электрода. Функция $s(Q)$ называется аппаратурной линией детектора.

В настоящей статье рассмотрены два типа СТП детекторов: детекторы с одним и двумя активными электродами. В первом случае неравновесные квазичастицы, образовавшиеся в одном из электродов после по-

глощения кванта, туннелируют в другой электрод, в котором они исчезают. В случае двух активных электродов квазичастицы после туннелирования из первого электрода во второй продолжают участвовать в процессах туннелирования и диффузии. В этом режиме квазичастицы могут совершать многократные туннелирования в прямом и обратном направлениях.

2. Случай одного активного электрода

Концентрация квазичастиц в электроде $u(x, y, t)$ удовлетворяет уравнению диффузии

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \gamma_r u - \gamma_l u, \quad x, y \in G, \quad 0 < t < \infty \quad (4)$$

с граничным условием третьего рода

$$D \frac{\partial u}{\partial n} + \alpha u \Big|_r = 0, \quad 0 < t < \infty, \quad (5)$$

где производная $\frac{du}{dn}$ берется вдоль внешней нормали к границе электрода Γ , α характеризует скорость гибели квазичастиц.

Начальные условия задаются в виде δ -функции, поскольку область возникновения неравновесных квазичастиц много меньше геометрических размеров электродов,

$$u(x, y, 0) = N_0 \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), \quad x, y \in G, \quad (6)$$

где N_0 – число образовавшихся квазичастиц. N_0 пропорционально энергии кванта излучения.

Решение начально-краевой задачи (4)-(6) позволяет определить функцию концентрации $u(x, y, t)$ и рассчитать величины туннельного тока (1) и заряда (2). Для получения аппаратурной линии $s(Q)$, область электрода G покрывалась сеткой с шагами h_x и h_y , и для каждого узла сетки рассчитывался собираемый заряд $Q(x_0, y_0) = Q(x_0 = ih_x, y_0 = jh_y)$. Спектр $s(Q)$ рассчитывался по формуле (3) на равномерной сетке Q .

Аналитическое решение задачи (4)-(6) может быть получено методом разделения переменных для электродов, имеющих простую геометрическую форму (квадрат, прямоугольник, круг) [5]. В частности, для квадрата $0 \leq x \leq l$, $0 \leq y \leq l$ решение задачи имеет вид

$$u(x, y, t) = \sum_{n,m=1}^{\infty} A_{nm} X_n(x) \cdot Y_m(y) \cdot T_{nm}(t),$$

$$X_n(x) = \beta \sin(u_n x/l) + u_n \cos(u_n x/l), \quad (7)$$

$$T_{nm}(t) = e^{-\gamma_E \left(1 + \frac{\Lambda^2}{l^2} (u_n^2 + u_m^2)\right)},$$

$$A_{nm} = N_0 \frac{X_n(x_0) Y_m(y_0)}{\|X_n\|^2 \|Y_m\|^2}, \quad \|X_n\|^2 = \frac{l}{2} (u_n^2 + \beta^2 + 2\beta) \quad (8)$$

u_n положительные корни уравнения

$$\operatorname{ctg}(u) = \frac{1}{2} \left(\frac{u}{\beta} - \frac{\beta}{u} \right). \quad (9)$$

Здесь введены обозначения: $\beta = \frac{\alpha \cdot l}{D}$ – параметр потерь на границе, $\Lambda = \sqrt{D/\gamma_E}$ – диффузионная длина, $\gamma_E = \gamma_T + \gamma_L$. Выражения для $Y_m(y)$ получаются из (7) заменой индекса и аргумента.

Можно показать, что собственные значения u_n при нечетных n удовлетворяют уравнению $\operatorname{tg}\left(\frac{u}{2}\right) = \frac{\beta}{u}$, а соответствующие функции $X_n(x)$

(опуская константы) приводятся к виду $X_n(x) = \cos\left(u_n \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{2}\right)\right)$. При чет-

ных n собственные значения удовлетворяют уравнению $\operatorname{tg}\left(\frac{u}{2}\right) = -\frac{u}{\beta}$, а

функции $X_n(x)$ равны $X_n(x) = \sin\left(u_n \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{2}\right)\right)$. Отсюда видно, что $X_n(x)$

с четными n не дают вклада в ток (1) и заряд (2). Данное упрощение позволяет существенно сократить время счета.

Выражение для туннельного тока имеет вид

$$I(x_0, y_0, t) = eN_0 \gamma_T e^{-\gamma_E t} \sum_{n,m} F_n(x_0) F_m(y_0) e^{-\frac{D}{l^2} (u_n^2 + u_m^2) t}, \quad (10)$$

собранный заряд равен

$$Q(x_0, y_0) = eN_0 \frac{\gamma_T}{\gamma_E} \sum_{n,m} \frac{F_n(x_0)F_m(y_0)}{1 + (u_n^2 + u_m^2) \left(\frac{\Lambda}{l}\right)^2}, \quad (11)$$

где

$$F_n(x_0) = \frac{2}{u_n^2 + 2\beta + \beta^2} \frac{\cos\left(u_n \left(\frac{x_0}{l} - \frac{1}{2}\right)\right)}{u_n}. \quad (12)$$

Выражение $F_n(y_0)$ получается из (12) заменой индекса и аргумента. Поскольку с ростом n значения $u_n \approx n\pi$, то $F_n \approx \frac{1}{n^3}$ и ряд (12) быстро сходится.

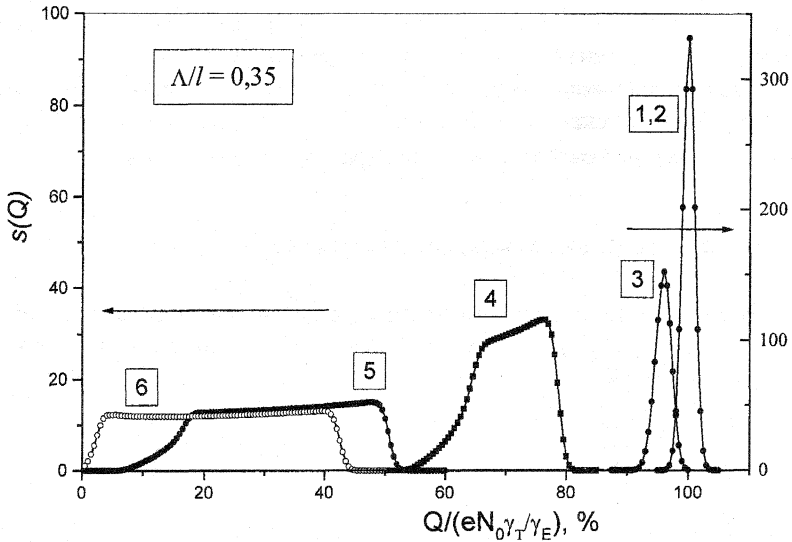


Рис.2. Аппаратурная форма линии $s(Q)$ для СТП детекторов с одним активным электродом для различных значений параметра β : (1)- $\beta=0$, (2)- $\beta=0.01$, (3)- $\beta=0.1$, (4)- $\beta=1$, (5)- $\beta=10$, (6)- $\beta=100$.

Если граничные потери пренебрежимы, то туннельный ток спадает по экспоненциальному закону $\exp(-\gamma_E t)$, и собранный заряд равен

$$Q = eN_0 P, \text{ где } P = \frac{\gamma_T}{\gamma_E}. \text{ Граничные потери приводят к появлению в выра-$$

жении для тока (10) дополнительного ослабляющего множителя, который зависит от координаты поглощения кванта и двух параметров: отношения длины диффузии Λ к геометрическому размеру электрода l и параметра β .

На рис.2 приведены результаты расчетов аппаратурных линий детекторов, выполненные для 6 значений параметра $\beta=0, 0.01, 0.1, 1., 10., 100$. При $\beta=0, 0.01$ спектры фактически совпадают и представляют собой узкий пик гауссовой формы с шириной σ_0 (кривые 1 и 2). Видно, что уже при $\beta=0.1$ наблюдается заметное (≈ 2) уширение аппаратурной линии. Дальнейшее увеличение β вызывает катастрофическое разрушение спектральной линии.

Параметр Λ/l определяет вклад граничных областей в результирующий спектр. При уменьшении этого параметра можно ожидать заметного улучшения энергетического разрешения в случаях, когда $\beta \neq 0$.

Расчеты также показали, что в случае, когда туннельный барьер составляет часть площади электрода, т.е. $G_T < G$, происходит резкое уширение спектральной линии, даже если параметр β равен нулю.

3. Случай двух активных электродов

В этом случае необходимо учитывать движение квазичастиц в обоих электродах детектора. Начально-краевая задача описывается следующей системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= D_1 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \gamma_{1T} u - \gamma_{1L} + \gamma_{2T} v, \quad x, y \in G_1, \quad 0 < t < \infty, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= D_2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \gamma_{2T} v - \gamma_{2L} + \gamma_{1T} u, \quad x, y \in G_2, \quad 0 < t < \infty, \end{aligned} \quad (13)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial u}{\partial n} - \beta'_1 u|_{\Gamma_1} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial n} - \beta'_2 v|_{\Gamma_2} = 0, \quad 0 < t < \infty, \quad (14)$$

и начальными условиями

$$u(x, y, 0) = N_0 \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), \quad x, y \in G_1, \quad v(x, y, 0) = 0, \quad x, y \in G_2, \quad (15)$$

где $u(x, y, t)$ и $v(x, y, t)$ – концентрации неравновесных квазичастиц в электродах 1 и 2; D_1, γ'_L, β'_1 и $D_2, \gamma''_L, \beta'_2$ – коэффициент диффузии, скорость объемных потерь квазичастиц и граничный параметр для 1-го и 2-го электродов соответственно; γ_{1T} – скорость туннелирования квазичастиц из 1-го электрода во 2-ой и γ_{2T} – в обратном направлении.

Выражение (1) для туннельного тока принимает следующий вид

$$I(t) = e \cdot \iint_{G_T} dx dy \cdot (\gamma_{1T} \cdot u(x, y, t) + \gamma_{2T} \cdot v(x, y, t)). \quad (16)$$

Собранный заряд Q и аппаратурная линии $s(Q)$ даются теми же выражениями (2) и (3).

Аналитическое решение, основанное на методе разделения переменных, существует только в частном случае идентичных электродов, которые имеют одинаковые размеры $G_1=G_2=G$ и равные коэффициенты диффузии $D_1=D_2=D$ и граничные потери $\beta_1=\beta_2=\beta$ [6]. Для электродов квадратной формы $0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq l$ решение задачи (13)-(15)

$$u(x, y, t) = N_0 \sum_{n,m} A_{nm} X_n(x) \cdot Y_m(y) \cdot T_{1nm}(t), \quad (17)$$

$$v(x, y, t) = N_0 \sum_{n,m} A_{nm} X_n(x) \cdot Y_m(y) \cdot T_{2nm}(t),$$

где $X_n(x)$ и $Y_m(y)$ – собственные функции (7), A_{nm} определяются выражением (8), а временные функции $T_{1nm}(t)$ и $T_{2nm}(t)$ (далее опустим индексы n и m)

$$T_1(t) = C(\alpha_1 e^{\xi_1 t} + \alpha_2 e^{\xi_2 t}), \quad T_2(t) = C(e^{\xi_1 t} - e^{\xi_2 t}),$$

где

$$\gamma_{1E} = \gamma_{1T} + \gamma_{1L}, \quad \gamma_{2E} = \gamma_{2T} + \gamma_{2L}$$

$$C = \frac{\gamma_{1T} \gamma_{2T}}{2 \sqrt{\left(\frac{\gamma_{1E} - \gamma_{2E}}{2} \right)^2 + \gamma_{1T} \gamma_{2T}}},$$

$$a_1 = \frac{1}{\frac{\gamma_{1E} - \gamma_{2E}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\gamma_{1E} - \gamma_{2E}}{2} \right)^2 + \gamma_{1T} \gamma_{2T}}},$$

$$a_2 = \frac{1}{\frac{\gamma_{1E} - \gamma_{2E}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\gamma_{1E} - \gamma_{2E}}{2} \right)^2 + \gamma_{1T} \gamma_{2T}}},$$

$$\zeta_{1,2} = -D(\lambda_n^2 + \lambda_m^2) - \frac{\gamma_{1E} + \gamma_{2E}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma_{1E} - \gamma_{2E}}{2}\right)^2 + \gamma_{1T}\gamma_{2T}}.$$

Выражения (17), (2) позволяют рассчитать ток и собранный заряд Q . Для случая $\gamma_{1L} = \gamma_{2L} = \gamma_L$ функции $T_1(t)$ и $T_2(t)$ упрощаются и принимают вид

$$T_1(t) = N_0 \frac{1}{\gamma_{1T} + \gamma_{2T}} (\gamma_{2T} e^{\zeta_1 t} + \gamma_{1T} e^{\zeta_2 t}),$$

$$T_2(t) = N_0 \frac{\gamma_{1T}}{\gamma_{1T} + \gamma_{2T}} (e^{\zeta_1 t} - e^{\zeta_2 t}),$$

где

$$\zeta_1 = -D(u_n^2 + u_m^2)/l^2 - \gamma_L, \quad \zeta_2 = -D(u_n^2 + u_m^2)/l^2 - \gamma_{1T} - \gamma_{2T} - \gamma_L.$$

Для туннельного тока имеем

$$I(x_0, y_0, t) = N_0 \frac{\gamma_{12}}{1 + \frac{\gamma_{21}}{\gamma_{12}}} \left(2 \frac{\gamma_{2T}}{\gamma_{1T}} e^{-\gamma_L t} + \frac{(\gamma_{1T} - \gamma_{2T})}{\gamma_{1T}} e^{-(\gamma_{1T} + \gamma_{2T} + \gamma_L)t} \right) \sum_{n,m} F_n(x_0) F_m(y_0) e^{\frac{D}{l^2}(u_n^2 + u_m^2)t}, \quad (18)$$

где $F_n(x_0)$ и $F_m(y_0)$ даются формулой (12).

Выражение для туннельного тока (18), также как и в случае для одного электрода, содержит два множителя, первый из которых описывает ток детектора без граничных потерь, а второй – ослабление, вызванное этими потерями. Первый множитель состоит из двух экспоненциальных слагаемых с константами спада γ_L и $\gamma_L + \gamma_{1T} + \gamma_{2T}$, из которых меньшая отвечает суммарным потерям квазичастиц, а большая описывает процесс установления квазиравновесия между электродами детектора. Множитель, описывающий граничные потери в (18), идентичен множителю в (10).

Для собираемого заряда имеем

$$Q(x_0, y_0) = eN_0 \sum_{n,m} \frac{P_1 \left(\frac{\Lambda_2^2}{l^2} (u_n^2 + u_m^2) + 1 + P_2 \right) F_n(x_0) F_m(y_0)}{\left(\frac{\Lambda_1^2}{l^2} (u_n^2 + u_m^2) + 1 - P_1 \right) \left(\frac{\Lambda_2^2}{l^2} (u_n^2 + u_m^2) + \frac{1 - P_1 P_2}{1 - P_1} \right)}, \quad (19)$$

где $P_1 = \frac{\gamma_{1T}}{\gamma_{1E}}$, $P_2 = \frac{\gamma_{2T}}{\gamma_{2E}}$, $\Lambda_1 = \sqrt{\frac{D}{\gamma_{1E}}}$ и $\Lambda_2 = \sqrt{\frac{D}{\gamma_{2E}}}$ диффузионные длины в 1 и 2 электродах, соответственно

При отсутствии граничных потерь собираемый заряд дается выражением [3]

$$Q = N_0 \frac{P_1(1+P_2)}{1-P_1P_2}. \quad (20)$$

Из (20) следует, что в случае $P_1, P_2 \rightarrow 1$ должно наблюдаться заметное усиление собранного заряда Q , вызванное эффектом многократного туннелирования квазичастиц.

На рис.3 приведены модельные расчеты аппаратурной линии детектора для различных значений параметра потерь β . Другие параметры равны

$$\Lambda_1/l = 0.13, \quad \gamma_{2T}/\gamma_{1T} = 0.5, \quad \gamma_{L1} = \gamma_{L2} = \gamma_L, \quad \gamma_L/\gamma_{1T} = 0.1.$$

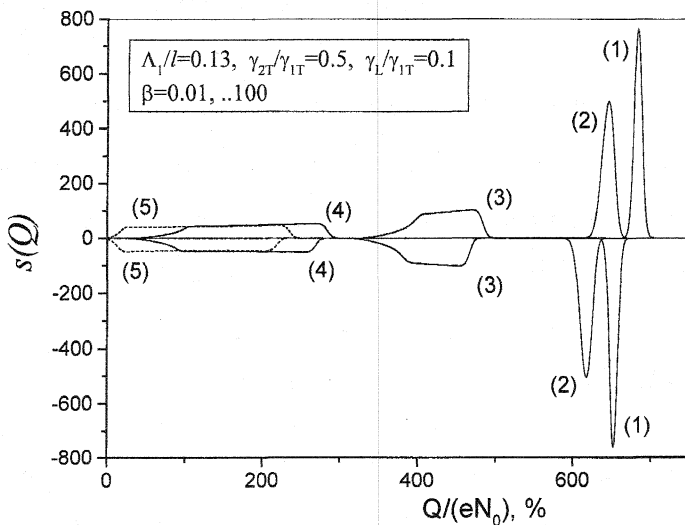


Рис.3. Аппаратурная форма линии $s(Q)$ для СТП детекторов с двумя активными электродами для различных значений параметра β : (1)- $\beta = 0.01$, (2)- $\beta = 0.1$, (3)- $\beta = 1$, (4)- $\beta = 10$, (5)- $\beta = 100$.

На рисунке приведены два набора кривых. Кривые, отвечающие поглощению кванта в 1-ом электроде, отложены вверх. Кривые, отвечающие поглощению кванта во 2-ом электроде, отложены вниз. Благодаря различию констант туннелирования γ_{1T} и γ_{2T} , собранные заряды для этих двух

случаев несколько отличаются. Граничные потери (увеличение параметра β) сдвигают аппаратурные линии в область меньших зарядов и вызывают их сильное уширение. Расчеты показывают, что уширение линии, вызванное граничными потерями в детекторах с двумя активными электродами, более сильное, чем в детекторах с одним активным электродом.

4. Сеточные методы для электродов ромбической формы

При решении задачи (13)-(15) для областей G произвольной формы и различных физических параметров 1-го и 2-го электродов приходится пользоваться приближенными методами. Эти методы позволяют также учесть возможную зависимость физических параметров от координаты. Ниже приводится расчет для СТП детекторов с электродами ромбической формы. Детекторы такой геометрии использовались в эксперименте.

Выберем систему координат с осями, параллельными диагоналям ромба. Пусть область G ограничена отрезками $\frac{2x}{a} + \frac{2y}{b} = \pm 1$, $\frac{2x}{a} - \frac{2y}{b} = \pm 1$, где a и b диагонали ромба, $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$, $-\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}$. Отношение длин малой диагонали и большой обозначим через $r = \frac{b}{a}$. Заменяем дифференциальные операторы разностными. Будем использовать согласованную сетку [7] с шагом $h_x = \frac{a}{2N}$ по оси x и с шагом $h_y = \frac{b}{2N}$ по оси y :

$$w_h = \{x_i = ih_x, y_j = jh_y; i, j = 0, \pm 1, \dots, \pm N\}$$

и сетку по переменной t с шагом t_h , которую обозначим

$$w_\tau = \{t_k = k\tau, k = 0, 1, \dots, K\}.$$

Чтобы аппроксимировать оператор Лапласа в точке (x_i, y_j, t_k) , введем шаблон, состоящий из пяти точек $(x_{i\pm 1}, y_j, t_k)$, $(x_i, y_{j\pm 1}, t_k)$, (x_i, y_j, t_k) . Производные по пространственным переменным в точке (x_i, y_j, t_k) заменим

$$\text{второй разностной производной } u_{xx,ij}^k = \frac{u_{i+1,j}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i-1,j}^k}{h_x^2},$$

$$u_{yy,ij}^k = \frac{u_{i,j+1}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i,j-1}^k}{h_y^2}. \text{ Производную по времени заменим разностным}$$

отношением $u_{ij}^k = \frac{u_{ij}^{k+1} - u_{ij}^k}{\tau}$. Для нахождения решения на $k+1$ слое используем явную схему. В результате получим разностные уравнения для

сеточных функций $(u)_{ij}^{k+1}$ и $(v)_{ij}^{k+1}$. Выражение $(u)_{ij}^{k+1}$ во внутренних точках области G имеет вид

$$u_{ij}^{k+1} = u_{ij}^k (1 - \tau\gamma_{1E}) + \frac{D_1\tau}{h_x^2} (u_{i-1j}^k + 2u_{ij}^k + u_{i+1j}^k) + \frac{D_1\tau}{h_y^2} (u_{ij-1}^k + 2u_{ij}^k + u_{ij+1}^k) + \tau\gamma_{2T}v_{ij}^k \quad (21)$$

Граничное условие на отрезке $\frac{2x}{a} + \frac{2y}{b} = 1$, где $0 \leq x \leq \frac{a}{2}$, $0 \leq y \leq \frac{b}{2}$ принимает вид

$$u_{ij}^{k+1} = u_{ij}^k (1 - \tau\gamma_{1E}) - 2 \left(\frac{D_1\tau}{h_x^2} + \frac{D_1\tau}{h_y^2} + \frac{D_1\tau}{h_x h_y 2N} \beta \sqrt{1+r^2} \right) u_{ij}^k + \frac{2D_1\tau}{h_x^2} u_{i-1j}^k + \frac{2D_1\tau}{h_y^2} u_{ij-1}^k + \tau\gamma_{2T}v_{ij}^k \quad (22)$$

В угловой точке $(N, 0)$ будет

$$u_{N0}^{k+1} = u_{N0}^k (1 - \tau\gamma_{1E}) - \left(\frac{4D_1\tau}{h_x^2} + \frac{2D_1\tau}{h_x h_y} \beta \sqrt{1+r^2} \right) u_{N0}^k + \frac{4D_1\tau}{h_x^2} u_{N-10}^k + \tau\gamma_{2T}v_{N0}^k \quad (23)$$

Аналогичные выражения выписываются для остальных трех сторон ромба и угловых точек. Уравнения для v_{ij}^{k+1} имеют вид (21)-(23) с заменой u на v и индексов у физических параметров. Все разностные выражения имеют точность аппроксимации $O(t_h + h_x^2 + h_y^2)$.

Выбор τ из условия $\max \left(\frac{D_1\tau}{h_x^2}, \frac{D_1\tau}{h_y^2}, \frac{D_2\tau}{h_x^2}, \frac{D_2\tau}{h_y^2} \right) < 1/4$ обеспечивает сходимость итерационного процесса. Расчеты собранного заряда $Q(x_0, y_0)$ велись с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

При $r=1$ ромб превращается в квадрат. Результаты сеточных расчетов совпадали с соответствующими результатами метода разделения переменных. При условии $\gamma_{2T} = 0$ уравнения становятся независимыми, и первое из них описывает процессы в одном активном электроде.

На рис. 4 приведены аппаратурные линии детекторов, имеющих различные соотношения диагоналей электродов: 1:1, 1:2 и 1:4 при условии постоянной площади. Рис. 4а) соответствует детектору с одним активным электродом, а рис. 4б) – двум активным электродам. Расчетные

параметры приведены на графиках. Из рисунков видно, что изменение формы электрода сопровождается изменением формы спектра. При уменьшении r собираемый заряд уменьшается и наблюдается дополнительное уширение линии.

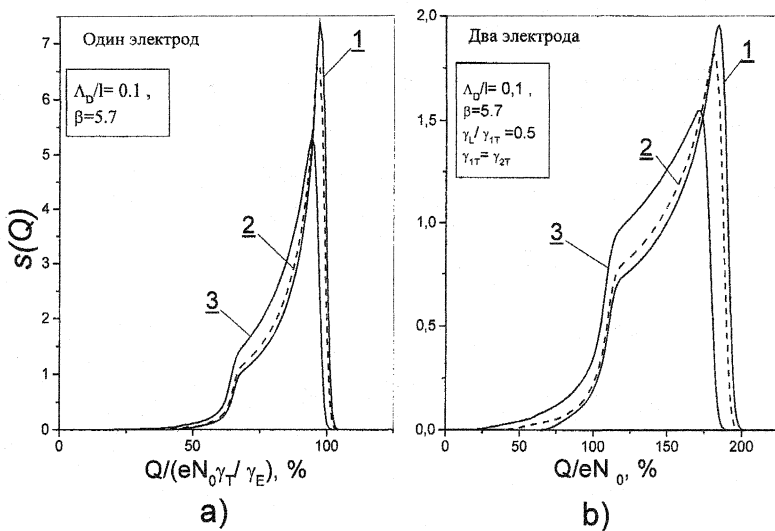


Рис. 4. Аппаратурная форма линии детектора при различных отношениях диагоналей ромбов: 1 - $r=1:1$, 2 - $r=1:2$, 3 - $r=1:4$.

а) - детектор с одним активным электродом, б) - детектор с двумя активными электродами.

Сеточные методы могут быть также использованы для анализа влияния на форму линии детектора подводящих проводов. Из рис.1 видно, что подводящие провода представляют собой области, в которые могут уходить неравновесные квазичастицы, тем самым, выбывая из процесса туннелирования. Как правило, это области, где процессы рекомбинации усилены. Отметим, что в зависимости от конструкции, провода могут составлять заметную долю площади электрода.

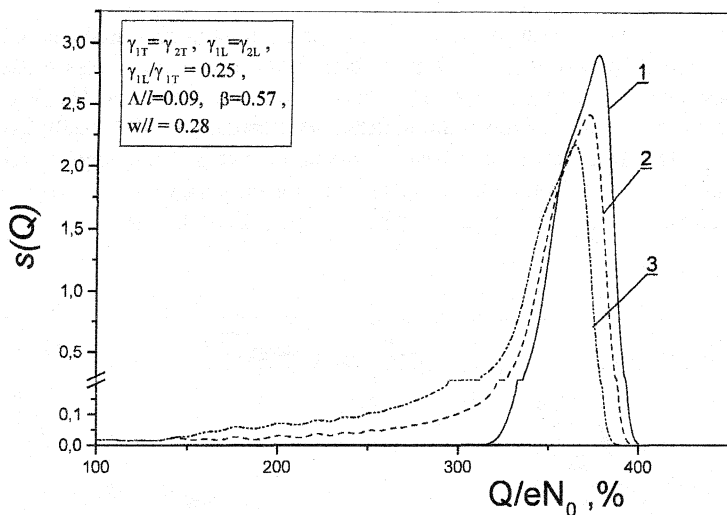


Рис. 5. Влияние подводящих проводов на аппаратную форму линии СТП детекторов. Кривая 1 - детектор без подводящих проводов, кривая 2 - детектор с одним проводом, кривая 3 - подводящие провода к обоим электродам.

В настоящих расчетах подводящие провода рассматривались, как отрезок границы электрода Γ' , на котором граничный параметр β равен бесконечности. В соответствие с (5), это означает, что в этой области концентрация квазичастиц равна нулю, т.е. $u(x, y)|_{\Gamma'} = 0$. Были рассмотрены электроды квадратной формы, у которых подводящие провода расположены в противоположных углах (см. рис.1). Ширина провода w принималась равной $\approx 1/4$ стороны электрода.

На рис.5 приведены модельные спектры. Кривая 1 соответствует электродам без подводящих проводов, кривая 2 - одному подводящему проводу, который подсоединен к электроду, в котором происходит поглощение квантов, кривая 3 соответствует случаю 2-х подводящих проводов к обоим электродам. Параметры расчета приведены на рис. 5. Видно, что провода вызывают небольшой сдвиг аппаратной линии в область меньших зарядов, а также образование «хвоста» вплоть до нулевых значений заряда. Эта область составляет примерно $w\Lambda/l^2$ часть от спектра.

5. Сравнение с экспериментальными данными

Развитая методика расчетов была использована для анализа экспериментальных спектров СПД детекторов. Электроды детекторов имели ромбическую форму с отношением диагоналей 1:2 либо 1:4. Исследовались детекторы с различными площадями электродов $A=400, 1600, 6400$ и $20000 \mu\text{m}^2$ [8]. Все детекторы изготавливались путем многослойного напыления на общую подложку с последующим разрезанием. По этой причине физические параметры детекторов должны быть близкими.

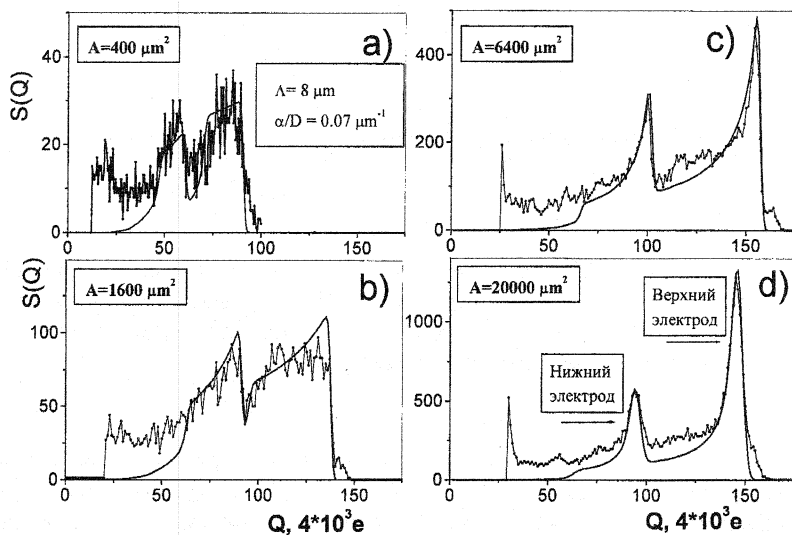


Рис. 6. Сравнение расчетов с экспериментальными данными для детекторов ромбической формы. а)-СПД детектор с площадью $400 \mu\text{m}^2$, б) – $1600 \mu\text{m}^2$, в) – $6400 \mu\text{m}^2$ и д) – $20000 \mu\text{m}^2$. Сплошными линиями показаны результаты расчетов.

Облучение детекторов проводилось рентгеновскими K_α и K_β квантами марганца с энергиями 5.9 кэВ и 6.5 кэВ и отношением интенсивностей, примерно, 10:1. Спектр, отвечающий поглощению квантов в одном из электродов, представляет собой суперпозицию аппаратных K_α и K_β линий детектора. Поскольку поглощение излучения происходит в обоих электродах, результирующий спектр является наложением спектров от

обоих электродов.

На рис. 6 приведены экспериментальные спектры для четырех детекторов указанных площадей. Соотношение диагоналей ромба 1:2. Справа на рисунках расположены аппаратурные K_α и K_β линии, соответствующие поглощению квантов в верхнем электроде. Слева – K_α и K_β линии, отвечающие поглощению в нижнем электроде. Спектры имеют типичную диффузионную форму с резкой правой границей и уширением, которое уменьшается при увеличении размеров электродов вследствие уменьшения отношения длины диффузии к геометрическому размеру электрода Λ/l (для сравнения см. рис. 2).

Результаты расчетов изображены на рис. 6 сплошными линиями. Из рис. 6 видно, что диффузионная модель удовлетворительно описывает экспериментальные спектры. Следует отметить, что для детекторов всех размеров использовался один и тот же набор параметров: диффузионная длина $\Lambda = \sqrt{D/(\gamma_T + \gamma_L)} = 8 \mu\text{м}$ и параметр граничных потерь $\alpha/D = 0.07 \mu\text{м}^{-1}$. Для коэффициента диффузии D было получено значение $D = 1.7 \text{см}^2/\text{с}$, что совпадает с теоретическими оценками [9].

Тем не менее, некоторые детали спектров, в частности, хвосты в области малых зарядов, не могут быть описаны в рамках диффузионной модели. Учет подводящих проводов, имеющих относительно малые размеры ($w = 5 \mu\text{м}$), также не улучшает согласие расчетных и экспериментальных данных. По-видимому, эти особенности спектров связаны с наличием некоторых дополнительных источников гибели квазичастиц.

5. Заключение

Диффузионная модель позволяет описать основные особенности аппаратурной формы линии СТП детекторов. Для СТП детекторов с одним активным электродом показано, что форма линии определяется двумя безразмерными параметрами: отношением длины диффузии к размеру электрода Λ/l и граничным параметром $\beta = \alpha \cdot l/D$. Узкая спектральная линия может быть получена, когда оба параметра стремятся к нулю. Если $\beta \neq 0$, сужение аппаратурной линии может быть достигнуто за счет увеличения размеров электродов. В детекторах с двумя активными электродами граничные потери имеют более сильное влияние на ширину спектральной линии.

Численные методы, разработанные для ромбических областей, позволили сравнить расчеты с экспериментальными данными. Определены коэффициенты диффузии и параметры граничных потерь β . Рассмотрено влияние подводящих проводов. Показано, что подводящие провода при-

водят к уширению спектральной линии детектора, однако деформация спектра носит весьма ограниченный характер.

Литература

1. Booth N.E., Goldie D.J. Superconducting particle detectors // *Supercond. Sci. Technol.* 1996, Vol. 9, P.493-516
2. Шпинель В.С., Андрианов В.А., Козин М.Г. Состояние работ в области криогенных детекторов // *Известия РАН сер. Физическая*, 1995 Т.59, №11, с.2-20.
3. Goldie D.J., Brink P.L. Patel C., Booth N.E., Salmon G.L. Statistical noise due to tunneling in superconducting tunnel junction detectors. // *Appl. Phys. Let.* 1994. V.64. P.3169-
4. Luiten O.J., Van den Berg M.L., Gomez Rivas J., Bruijn M.P., Kiewiet F.B., de Korte P.A.J. Quasiparticle diffusion and edge losses in Nb/AlOx superconducting tunnel junction photon detectors. // *Proceedings of 7-th International Workshop on Low Temperature Detectors*, edited by S.Cooper, Munich, 1997, P. 25-27.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Методы математической физики. М.: Наука, 1972.
6. Parlato L., Ammendola G., Cristiano R., Esposito E., Frunzio L., Kraus H., Lisitskii M., Nappi C., Pagano S., Peluso G., Pepe G., Valko P., Barone A. Quasiparticle diffusion and edge losses in superconducting tunnel junction detectors with two active electrodes // *Nucl. Instr. Meth. A.* 2000. Vol. 444. P. 15-18.
7. Самарский А.А., Андреев В.Б. Разностные методы для эллиптических уравнений. М.: Наука, 1976.
8. Andrianov V.A., Dmitriev D.P., Koshelets V.P., Kozin M.G., Romashkina I.L., Sergeev S.A., Shpinel V.S. Rhonon effects in STJ X-ray detectors // *Nucl. Instr.&Methods A* 2000, Vol. 444, P. 19-22.
9. Ivlev B., Pepe G., Scotti di Uccio U. Superconducting tunnel junction detectors: Analysis of the linear regime // *Nucl. Instr. And Methods A* 300 (1991) 127-131.