

Н.И.Березина, В.И.Дмитриев, Н.А.Мерщикова

БИМОДАЛЬНЫЙ КВАЗИОДНОМЕРНЫЙ МЕТОД В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ МОРСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ*

Введение

Работа посвящена применению предложенного в [1] квазиодномерного метода к решению обратных задач в морских электромагнитных зондированиях в случае, когда поле измеряется на морском дне. Предполагается, что источником электромагнитного поля является плоская волна и есть данные измерений для двух поляризаций электромагнитного поля.

Модели строения среды, характерные для морских зондирований, содержат хорошо проводящий верхний слой, моделирующий море. Круг моделей, для которых выполнены численные исследования, – двумерная двухслойная среда, во втором слое которой находится неоднородное тело. Море моделируется проводящим верхним слоем постоянной толщины, проводимость второго слоя на порядок меньше. Проводимость неоднородного тела на один-два порядка меньше проводимости второго слоя. Электромагнитное поле измеряется на нижней границе проводящего верхнего слоя, моделирующего море.

В работах [2-3] предложен метод двумерной бимодальной инверсии, в котором для интерпретации данных зондирований квазидвумерных сред одновременно используются данные измерений для плоского электромагнитного поля двух поляризаций. В этих работах метод бимодальной инверсии применяется в обратных задачах, связанных с глубинными магнитотеллурическими зондированиями. В настоящей работе эффект одновременного использования данных измерений для поля двух поляризаций исследуется в обратных задачах для моделей среды, характерных для морских зондирований.

Для численного решения обратных задач применяется квазиодномерный итерационный метод [1], который использует характер распространения электромагнитного поля в проводящих квазислоистых

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проект 11-05-12014-офи-м-2011 и ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 годы.

средах. Для квазислоистой модели значения поля в каждой точке наблюдения на профиле в первом приближении можно считать равными значению поля, вычисленному для локальной одномерной слоистой среды, которая получается, если в точке наблюдения провести сечение, перпендикулярное профилю. За счет этого при решении обратной задачи можно уменьшить объем вычислений, если в итерационном процессе для большей части итераций заменить численное решение полной прямой двумерной задачи решением серии прямых одномерных задач.

Бимодальный квазиодномерный метод

В двумерном случае система уравнений Максвелла разделяется на две независимые системы: для E -поляризованного электромагнитного поля с компонентами $\vec{E} = (E_x, 0, 0)$, $\vec{H} = (0, H_y, H_z)$ и H -поляризованного поля с компонентами $\vec{E} = (0, E_y, E_z)$, $\vec{H} = (H_x, 0, 0)$. В электромагнитных зондированиях с источником поля в виде плоской волны обычно используют импедансы электромагнитного поля.

Для E -поляризации импеданс электромагнитного поля определяется как $Z_E(y, z, \omega) = \frac{E_x(y, z, \omega)}{H_y(y, z, \omega)}$. В случае H -поляризованного поля импеданс равен $Z_H(y, z, \omega) = -\frac{E_y(y, z, \omega)}{H_x(y, z, \omega)}$, где ω — частота колебаний электромагнитного поля, (y, z) — координаты точки, в которой вычисляется импеданс.

В данной работе при решении обратной задачи в качестве измеренных данных используется кажущаяся проводимость $\sigma_a(y, \omega)$, которая вычисляется через импеданс электромагнитного поля по формуле

$$\sigma_a(y, \omega) = \frac{\omega\mu}{|Z(y, \omega)|^2}.$$

Каждой поляризации поля отвечают свои значения кажущейся проводимости. Для одномерной среды импедансы для обеих поляризаций совпадают. Это дает возможность модифицировать квазиодномерный метод решения обратной задачи так, чтобы одновременно использовать в одном функционале данные для обеих поляризаций.

Обозначим через N число слоев квазислоистой среды (рис. 1), через $\vec{\sigma} = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N\}$ — проводимость слоев (σ_N — проводимость подстилающего основания). Моделирующий море верхний слой имеет постоянную толщину, которая принимается равной 1.

Вдоль нижней границы первого (верхнего) слоя в точках y_1, y_2, \dots, y_L (точки наблюдения) измерены значения кажущейся проводимости для обеих поляризации для серии частот колебаний электромагнитного поля $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$.

Толщина каждого слоя квазислоистой среды зависит от координаты y геоэлектрического разреза. Обозначим через $\bar{h}_j = \{h_1^j, h_2^j, \dots, h_{N-1}^j\}$ вектор толщины слоев для точки наблюдения, координата которой равна y_j .

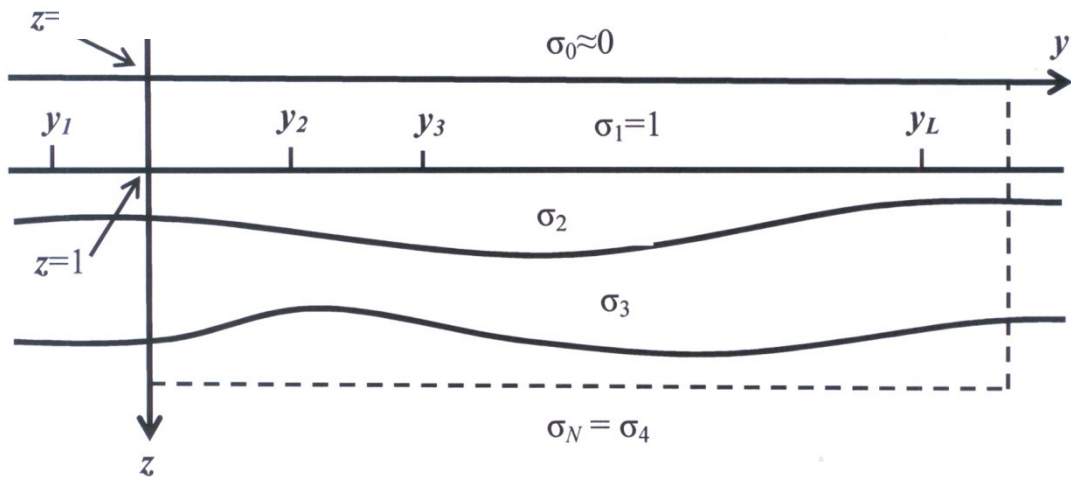


Рис.1

При решении обратной задачи искомыми являются значения проводимости слоев $\bar{\sigma} = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N\}$ и/или толщины слоев $\bar{h} = \{\bar{h}_1, \bar{h}_2, \dots, \bar{h}_L\}$, $j = 1, 2, \dots, L$ в точках наблюдения.

В рассматриваемой обратной задаче целевой функционал представляет собой сумму по всем точкам наблюдений отклонений измеренных значений кажущейся проводимости от значений, полученных при решении обратной задачи.

$$F(\bar{\sigma}, \bar{h}) = \sum_{j=1}^L \sum_{m=m_E}^{M_E} \left| A_E(\bar{\sigma}, \bar{h}, y_j, \omega_m) - f_E^{uzm}(y_j, \omega_m) \right|^2 + \sum_{j=1}^L \sum_{m=m_H}^{M_H} \left| A_H(\bar{\sigma}, \bar{h}, y_j, \omega_m) - f_H^{uzm}(y_j, \omega_m) \right|^2 \quad (1)$$

$$f_E^{uzm}(y_j, \omega_m) = \log_{10}(\sigma_{a,E}^{uzm}(y_j, \omega_m))$$

$$f_H^{uzm}(y_j, \omega_m) = \log_{10}(\sigma_{a,H}^{uzm}(y_j, \omega_m)) \quad (2)$$

где $\sigma_{a,E}^{изм}(y_j, \omega_m)$ и $\sigma_{a,H}^{изм}(y_j, \omega_m)$ — измеренные в точке наблюдений y_j на нижней границе верхнего слоя значения кажущейся проводимости для Е- и Н-поляризованных полей.

$A_E(\bar{\sigma}, \bar{h}, y_j, \omega_m)$ и $A_H(\bar{\sigma}, \bar{h}, y_j, \omega_m)$ — операторы прямой двумерной задачи для Е- и Н-поляризаций соответственно.

$$\begin{aligned} A_E(\bar{\sigma}, \bar{h}, y_j, \omega_m) &= \log_{10}(\sigma_{a,E}(\bar{\sigma}, \bar{h}, y_j, \omega_m)) \\ A_H(\bar{\sigma}, \bar{h}, y_j, \omega_m) &= \log_{10}(\sigma_{a,H}(\bar{\sigma}, \bar{h}, y_j, \omega_m)) \end{aligned} \quad (3)$$

где $\sigma_{a,E}(\bar{\sigma}, \bar{h}, y_j, \omega_m)$ и $\sigma_{a,H}(\bar{\sigma}, \bar{h}, y_j, \omega_m)$ — значения кажущейся проводимости на нижней границе первого слоя, полученные в результате решения полных прямых двумерных задач для квазислоистой среды, которая принимается за решение обратной задачи,

Диапазоны частот, которые включаются в целевой функционал, могут не совпадать для Е- и Н-поляризаций. Это дает возможность принимать во внимание различие в поведении Е- и Н-поляризованных полей в разных диапазонах частот возбуждающего поля.

Для численного решения задачи минимизации функционала невязки используется итерационный метод из [1], идея которого состоит в том, что в первом приближении в каждой точке наблюдения операторы прямой двумерной задачи можно заменить на оператор одномерной прямой задачи для локального одномерного разреза

$$A_{1D}(\bar{\sigma}, \bar{h}_j, y_j, \omega_m) = \log_{10}(\sigma_{a,1D}(\bar{\sigma}, \bar{h}_j, y_j, \omega_m)), \quad (4)$$

где $\sigma_{a,1D}(\bar{\sigma}, \bar{h}_j, y_j, \omega_m)$ — значение кажущейся проводимости на нижней границе первого слоя одномерной слоистой среды, состоящей из N слоев с проводимостью $\bar{\sigma} = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N\}$ и толщиной $\bar{h}_j = \{h_1^j, h_2^j, \dots, h_{N-1}^j\}$.

В результате минимизации приближенного функционала невязки в каждой точке наблюдения будет получена аппроксимация измеренных данных значениями электромагнитных полей для локальных одномерных разрезов. Если для полученного двумерного квазислоистого разреза решить полную прямую двумерную задачу, то рассчитанные значения полей будут отличаться от значений, которые минимизировали невязку для приближенного оператора прямой задачи. Разность значений полей для точного и приближенного оператора прямой задачи используется в другом итерационном процессе, который уточняет полученное решение с

помощью поправки, которая вносится в исходные данные для итерационного процесса с приближенным оператором прямой задачи[1].

Результаты моделирования

Описанный выше метод был использован для численного решения серии модельных обратных задач.

Во всех модельных задачах параметры среды нормированы на характеристики первого слоя. Соответственно первый слой имеет толщину 1 и проводимость 1. Во всех моделях, для которых представлены результаты, проводимость подстилающего основания, вмещающего двумерное неоднородное тело, равна 0.1, а проводимость тела равна 0,001.

Вычисления были выполнены для тел, имеющих форму, близкую к треугольной. Исходные разрезы, которые использовались для вычисления входных данных для решения обратной задачи, представлены на нижних фрагментах рис. 9-14.

Для модельных разрезов методом двумерных интегральных уравнений [4-5] были решены прямые задачи для Е- и Н-поляризации, вычисленные на нижней границе первого слоя значения кажущейся проводимости использовались как измеренные данные при решении обратных задач.

Для всех трех моделей горизонтальный размер прямоугольника неоднородности равен 20 (в единицах толщины первого слоя), высота равна 2 (на рисунках использованы разные масштабы по осям). Вертикальные штриховые линии на рисунках отвечают координатам $y_j, j = 1, 2, \dots, 19$ точек наблюдения.

Электромагнитные поля были вычислены для 25 частот электромагнитного поля, соответствующих длинам волн поля в первом слое, начиная со значения 1 с шагом $\sqrt{2}$.

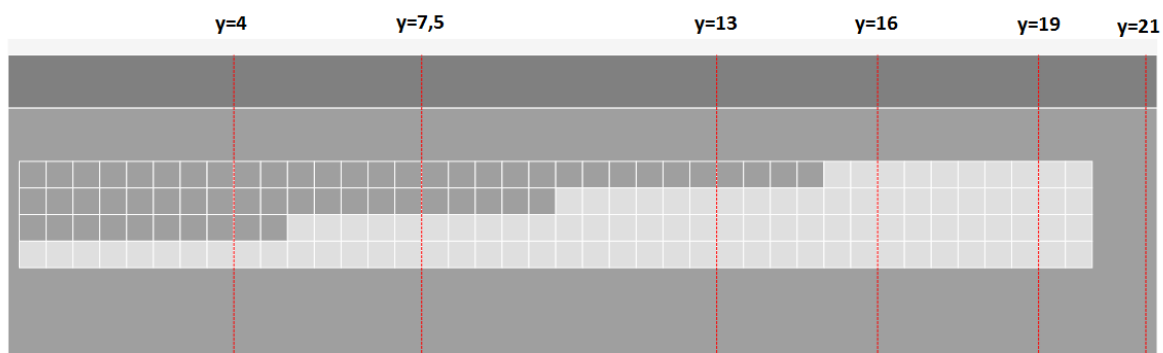


Рис. 2

На рис. 3-8 представлены графики, которые описывают зависимость кажущейся проводимости, измеренной на нижней границе первого слоя, от длины волны электромагнитного поля в первом слое, для модели среды, изображенной на рис. 13. Эта же модель в другом масштабе представлена на рис. 2.

С помощью вертикальных линий на рис.2 отмечены координаты y_j точек наблюдения, для которых на рис. 3-8 изображены кривые кажущейся проводимости. Для численного решения прямых двумерных задач для обеих поляризаций был использован метод двумерных интегральных уравнений. В этом методе двумерная неоднородность вписывается в прямоугольник, по которому записывается двумерное интегральное уравнение. Сетка, которая определяет разбиение прямоугольника неоднородности для метода интегральных уравнений, также изображена на рис. 2. Левая граница прямоугольника неоднородности отвечает координате $y=0$ и совпадает с левой границей неоднородности. Правая граница неоднородности имеет координату $y=20$.

На рис. 3-8 логарифмический масштаб использован только для горизонтальной оси, которая содержит значения длины волны электромагнитного поля в единицах толщины первого слоя. На всех рисунках представлены значения кажущейся проводимости для Е-поляризованного поля (штриховая линия), Н-поляризованного поля (точечная линия) и кажущаяся проводимость для локальной одномерной слоистой среды в соответствующей точке наблюдения (сплошная линия).

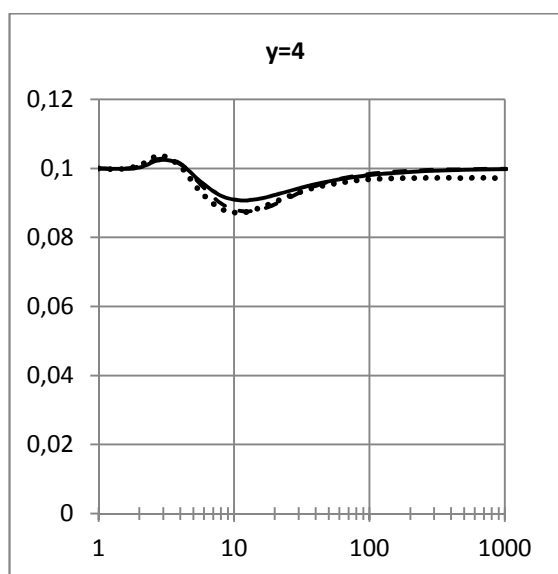


Рис. 3

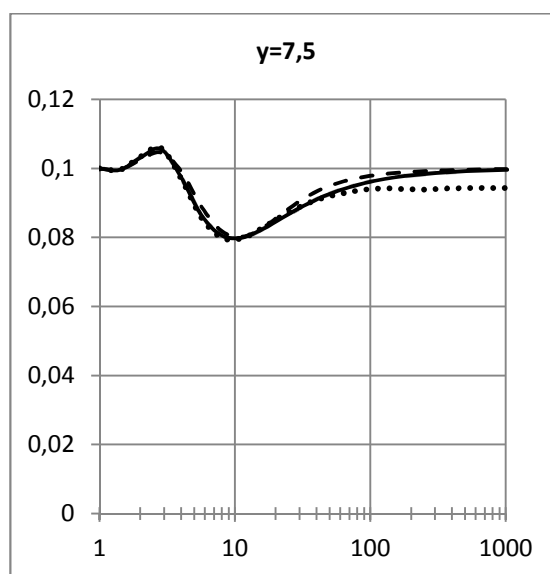


Рис. 4

Во всех точках наблюдения в области коротких длин волн (высоких частот) кривые кажущейся проводимости для Н-поляризованного поля хорошо приближаются кривыми кажущейся проводимости для локальных одномерных разрезов, отвечающих соответствующим точкам профиля. В то же время для больших длин волн кажущаяся проводимость для одномерных разрезов почти совпадает с соответствующими кривыми для Е-поляризации.

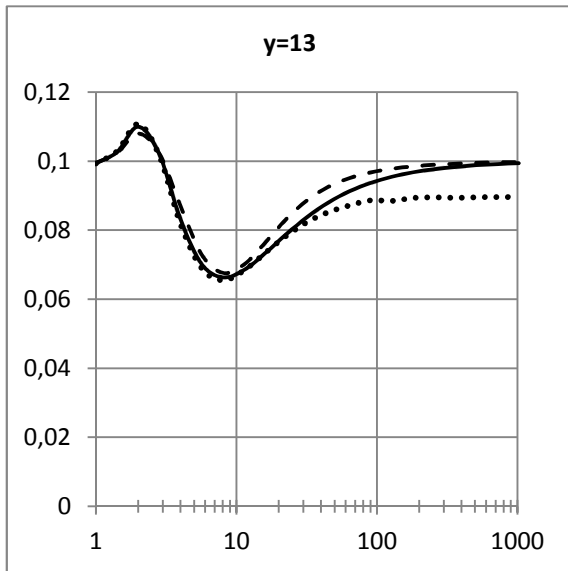


Рис. 5

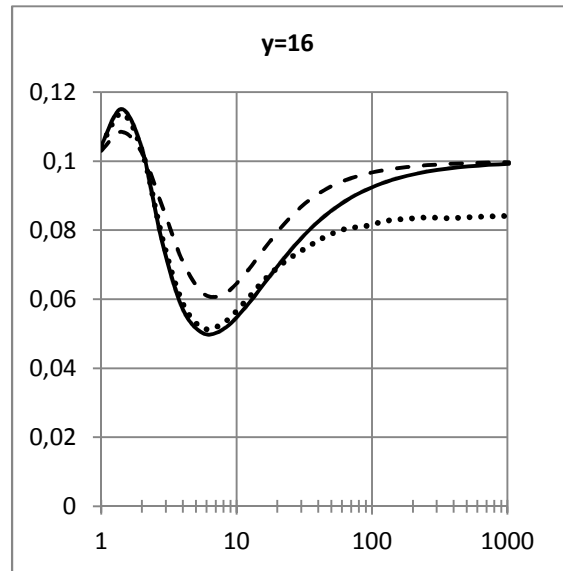


Рис. 6

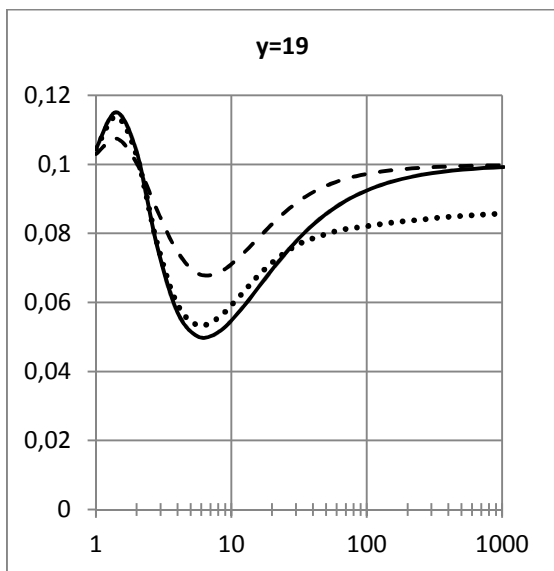


Рис. 7

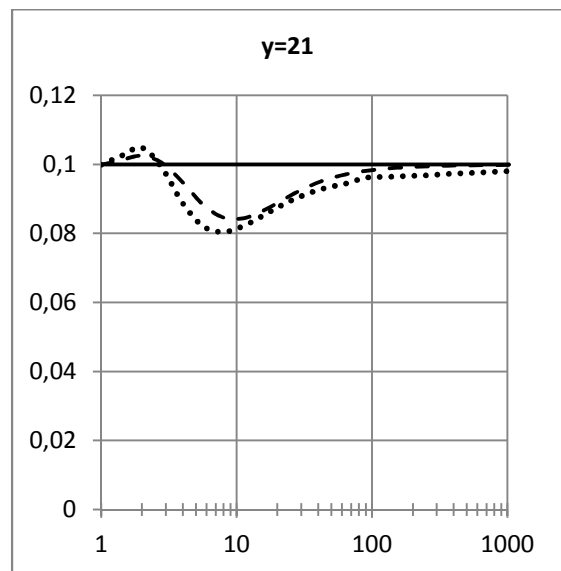


Рис. 8

На рисунках 9-13 представлены результаты, полученные при решении обратных задач, в которых определялась только толщина слоев, а проводимость слоев была фиксирована и равна значениям проводимости в исходных модельных разрезах, для которых были рассчитаны входные модельные данные для обратных задач. Во всех случаях для численного решения обратной задачи использовалась четырехслойная квазислоистая модель среды.

Для всех трех моделей от выбора начального приближения для итерационного процесса зависело только число итераций, необходимых для стабилизации невязки, выбор начального приближения практически не влиял на полученное распределение проводимости.

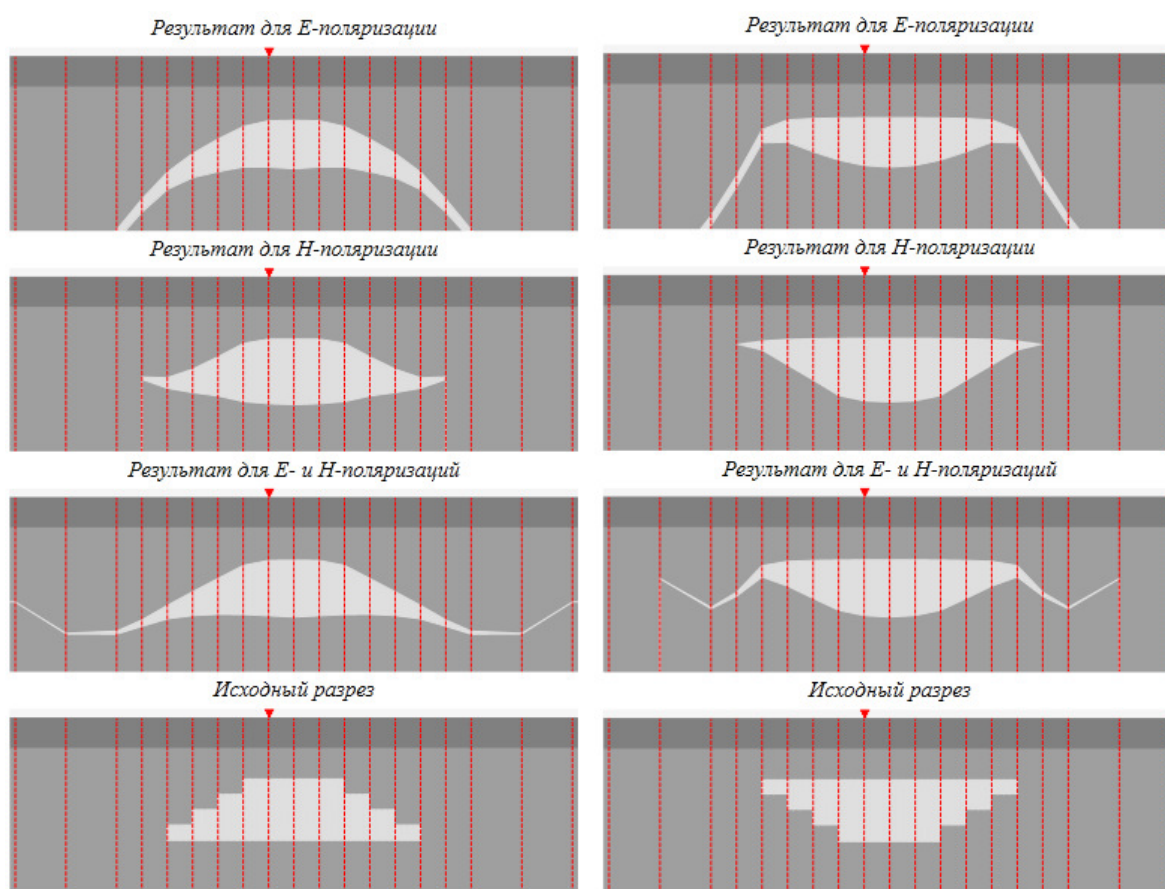


Рис. 9

Рис. 10

Для всех исследованных моделей прослеживается общая закономерность. В случае, когда в обратной задаче используется только E-поляризованное поле, в решении обратной задачи область низкопроводящего включения растягивается вдоль профиля, в центральной части включения толщина низкопроводящего слоя меньше, чем в исходном разрезе, слой с низкой проводимостью распространяется

за пределы локального тела, по мере удаления от неоднородности его толщина медленно убывает.

Появление в результатах решения обратных задач тонкого слоя с низкой проводимостью за пределами неоднородности объясняется тем, что входные данные для обратной задачи были получены при решении прямой задачи для модели среды с локальной двумерной неоднородностью, а обратная задача решалась в классе квазислоистых моделей.

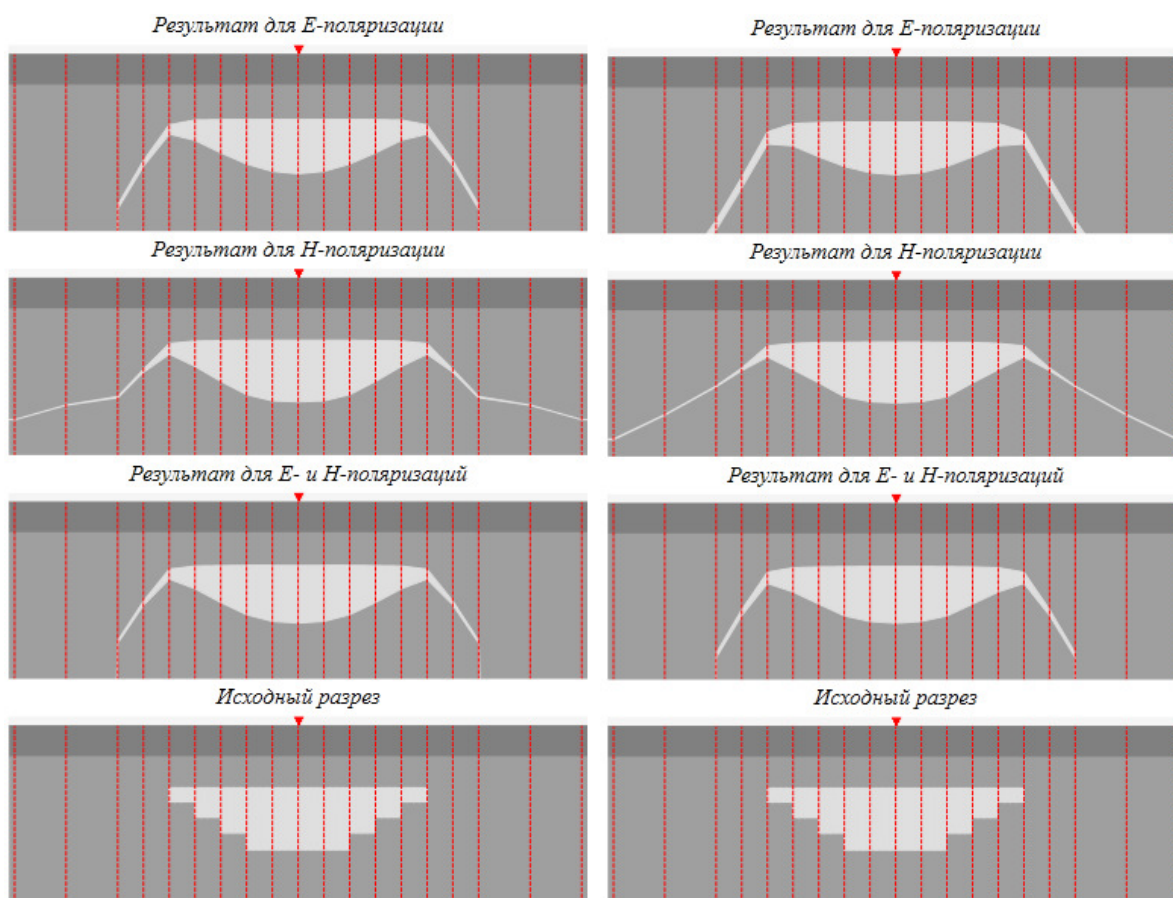


Рис.11

Рис.12

При использовании в обратной задаче данных измерений только для Н-поляризованного поля локальный характер низкопроводящей двумерной неоднородности проявляется более отчетливо. Однако и в этом случае при решении обратной задачи в классе квазислоистых моделей за границами неоднородности низкопроводящий слой не исчезает, но в точках наблюдения за пределами локальной неоднородности он опускается на глубину в сотни раз превосходящую толщину локальной неоднородности. Так как в рассматриваемом диапазоне длин волн низкопроводящий слой на большой глубине вносит

очень небольшой вклад в невязку решения, с точки зрения интерпретации данных геофизических зондирований его не следует принимать во внимание.

В случае, когда в обратной задаче одновременно используются данные измерений для двух поляризаций, локальный характер низкопроводящего включения проявляется лучше, чем при использовании данных только для Е-поляризованного поля, а размеры неоднородности определяются лучше, чем при использовании данных только для Н-поляризации.

При численном решении обратной задачи для моделей, представленных на рис. 9-10 и 13-14, в целевой функционал невязки (1) входили значения кажущейся проводимости для всех 25 частот электромагнитного поля.

Пока численное решение обратной задачи выполняется в рамках одномерной параметрической модели, можно использовать значительно меньше частот электромагнитного поля. На рис. 11-12 представлены результаты решения обратной задачи для модели, изображенной на рис. 10, когда целевой функционал невязки содержит небольшое число значений поля. Решение обратной задачи на рис. 11 было получено, когда в целевой функционал входили значения поля для первых 7 длин волн (максимальная длина волны 8). Решение, представленное на рис. 12, было получено для первых 9 длин волн (максимальная длина волны 16). Результаты решения обратной задачи мало отличаются друг от друга и от решения обратной задачи для этой же модели в случае, когда в целевой функционал входят значения кажущейся проводимости для 25 значений длин волн для каждой поляризации поля (рис. 10).

Для модели среды, представленной на рис. 13, был проведен еще один численный эксперимент. При решении обратной задачи неизвестными считались как толщина, так и проводимость всех слоев кроме первого слоя и подстилающего основания. На рис. 14 приведены полученные в этом случае решения обратных задач.

За счет того, что в последнем случае при решении обратных задач число свободных параметров увеличилось, невязка решения в отдельных точках наблюдений уменьшилась более чем в 10 раз. Но уменьшение невязки было получено за счет корректировки значения проводимости, причем в большей степени изменилась проводимость слоя, связанного с наличием низкопроводящего включения. Проводимость второго слоя во всех трех случаях с точностью до 0.001 совпала с проводимостью в исходном разрезе. Проводимость же слоя, описывающего двумерное включение, увеличилась до значений в диапазоне от 0.02 в случае, когда использовались только Е-поляризованные данные, до 0.024 в двух других случаях. При этом толщина низкопроводящего слоя уменьшилась.

Такое поведение решения обратной задачи можно объяснить тем, что в обратной одномерной задаче, в которой источником является плоская волна, устойчиво определяется только интегральная проводимость[3].

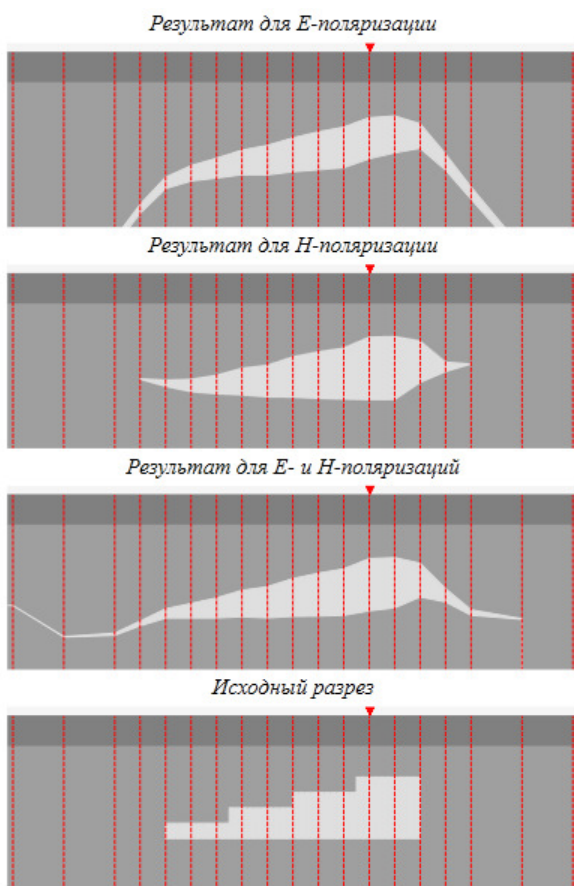


Рис. 13

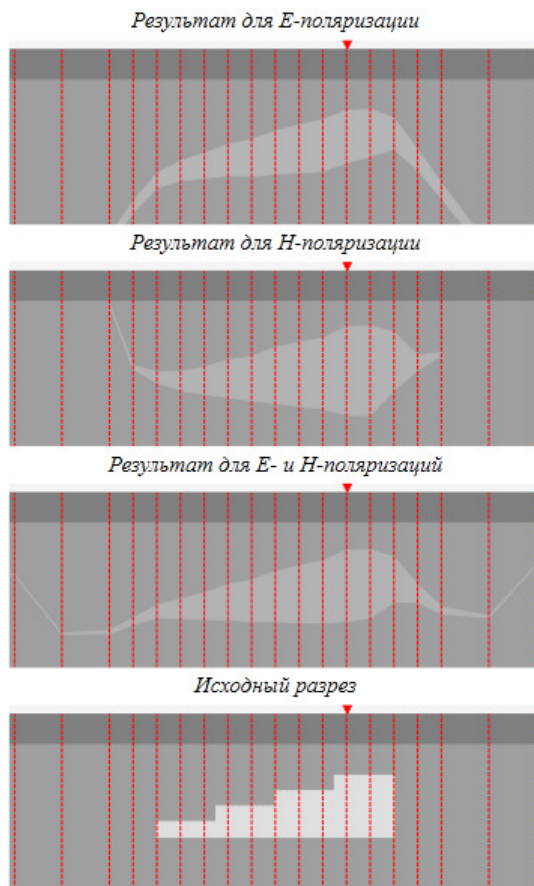


Рис. 14

Для всех исследованных моделей точность решения обратной задачи можно улучшить путем выполнения нескольких уточняющих итераций, для каждой из которых необходимо решить прямую двумерную задачу для квазислоистых разрезов, полученных при минимизации невязки с использованием приближенного оператора прямой задачи.

Анализ численных экспериментов, проведенных для описанных выше моделей позволяет сделать вывод о том, что при решении обратной задачи с помощью квазиодномерного метода одновременное использование данных измерений электромагнитного поля для двух поляризаций, несколько улучшает процесс решения обратной задачи.

Литература

1. Березина Н.И., Дмитриев В.И., Мерщикова Н.А. Квазиодномерный метод решения двумерной обратной задачи магнитотеллурического зондирования. // Прикладная математика и информатика № 35, М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2010, с.5 -16.
2. Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И., Кузнецов В.А. Бимодальная линейная интерпретация МТ-зондирований. Физика Земли, 1995, 10, с.15-31.
3. Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. Модели и методы магнитотеллурики. М.: Научный мир, 2009, 680 с.
4. Дмитриев В.И., Мерщикова Н.А. Математическое модели морских магнитотеллурических зондирований. // Прикладная математика и информатика № 29, М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2008, с.19-29.
5. Дмитриев В.И., Барашков И.С., Мерщикова Н.А. Математическое моделирование магнитотеллурических полей в неоднородных средах // М.: Изд. Московского университета, 1985.