

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ  
имени М.В. Ломоносова



академик

Е.И. Моисеев

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**« Специальные вопросы теории дифференциальных уравнений »**

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Дифференциальные уравнения, динамические системы  
и оптимальное управление» (01.01.02)

2018 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### 1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**Специальные вопросы теории дифференциальных уравнений»**

### 2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

### 3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленность (профиль) «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (01.01.02).

### 4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам вариативной части образовательной программы.

### 5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
ПК-1 Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики	З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественно-

	научных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях. (УК -1)	У1 (УК-1) УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов  В1(УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)	З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## 6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетную единицу, всего 108 часа.

36 часов составляет контактная работа с преподавателем – 32 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 2 часа мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций.

72 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

## 7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по алгебре, математическому анализу, функциональному анализу, дифференциальным уравнениям и теории функций комплексного переменного в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.01.01 «Функциональный анализ», 01.01.02 «Дифференциальные уравнения».

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе обучения используется программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint.

## 9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе рассматриваются линейные эллиптические дифференциальные уравнения с гладкими коэффициентами с регулярными особыми точками. Рассматриваются способы решения эллиптических дифференциальных уравнений с помощью псевдодифференциальных операторов, а также построения асимптотик уравнений с регулярными особыми точками.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),  форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа обучающегося, часы			
		из них					из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.)*	<b>Всего</b>	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	<b>Всего</b>

<p>Тема 1 Обобщенные функции как элементы пространства Соболева. Основы теории обобщенных функций и функциональных пространств, теоремы вложения Соболева, операторы действующие непрерывно в шкале пространств Соболева, операторы ограничения и коограничения.</p>	10	10	-	-	-		-	3	-	-
<p><b>Тема 2.</b> . Псевдодифференциальные операторы. Определение псевдодифференциального оператора, свойство псевдолокальности, понятие эллиптичности псевдодифференциального оператора.</p>	10	10	-	-	-	-	-	3	-	-
<p><b>Тема 3.</b> Пространства Соболева с весом. Преобразования Меллина в весовых пространствах Соболева. Непрерывность прямого и</p>	5	5	-	-	-	-	-	2	-	-

обратного преобразования Меллина.										
<b>Тема 4.</b> Построения асимптотик линейных дифференциальных уравнений с гладкими коэффициентами с регулярными особыми точками. Конормальные асимптотики	7	7	-	-	-	-	-	2	-	-
Промежуточная аттестация – устный экзамен	74	2						72		
<b>Итого</b>	108	36						72		

## 10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом .

**Тема 1 «Пространства Соболева, преобразование Фурье, теоремы вложения»**

**Тема 2 «Операторы действующие непрерывно в шкале пространств Соболева»**

**Тема 3 «Введение в теорию псевдодифференциальных операторов»**

**Тема 4 «Пространство Соболева с весом, преобразование Меллина»**

**Тема 5 «Конормальные асимптотики»**

## **11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

### **Основная литература**

1. М. В. Коровина. Теория функциональных пространств и дифференциальные уравнения. М. Макс-пресс. 2007
2. Олвер Ф. Асимптотика и специальные функции. Пер. с англ. под ред. А. П. Прудникова. – М.: Наука. Гл. ред. физ. -мат. лит,1990.
3. Л. Чезари. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1964.
4. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Иностранная литература, 1958.

### **Дополнительная литература**

1. М. Тейлор. Псевдо-дифференциальные операторы. М: Мир 1985
2. Ф. Трев. Введение в теорию псевдо-дифференциальных операторов и интегральных операторов Фурье. М: Мир 1984

### **Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://elibrary.ru>
2. [www.scopus.com](http://www.scopus.com)

### **Материально-техническая база**

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской и проектором.

## **12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ**

Русский

### **13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ**

**Профессор**, д.ф.-м.н. Коровина Мария Викторовна



**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**«Специальные вопросы теории дифференциальных уравнений»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения 31 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен

<p>УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен, контрольные работы</p>

<p>УМЕТЬ критически анализировать и оценивать современные научные достижения, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях У1(УК-1)</p>	Отсутствие умений	Фрагментарные умения критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	В целом успешное, но не систематическое умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Сформированное умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	доклад на научном семинаре
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях Код В1 (УК-1)</p>	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	доклад на научном семинаре
<p>УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей</p>	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в	В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение самостоятельно осуществлять	Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую	доклад на научном семинаре

<p>профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)</p>		<p>соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	
<p><b>ЗНАТЬ:</b> современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Домашние проверочные работы</p>

### Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Обобщенные функции медленного роста, нулевое множество, лемма Дюбуа- Реймона.
2. Преобразование Фурье в пространстве обобщенных функций медленного роста, свойства преобразования Фурье обобщенных функций с компактными носителями.
3. Пространства Соболева и действие в них преобразования Фурье.

4. Теоремы вложения Соболева.
5. Операторы действующие непрерывно в шкале пространств Соболева.
6. Операторы ограничения и коограничения, вычисление их норм.
7. Определение псевдодифференциального оператора, непрерывность псевдодифференциальных операторов в пространствах Соболева.
8. Свойство псевдолокальности псевдодифференциального оператора.
9. Эллиптичность псеводифференциальных операторов, определение и свойства.
10. Пространства Соболева с весом. Преобразование Меллина и его непрерывность в весовых пространствах Соболева
11. Линейные дифференциальные уравнения с регулярными особыми точками. Пример решения уравнения с коническим вырождением.
12. Понятие о конормальной асимптотики.
13. Представление асимптотик решений линейных дифференциальных уравнений с гладкими коэффициентами с регулярной особенностью в виде конормальных асимптотик.

Темы докладов выбираются на занятиях в рабочем порядке.

### **Особенности организации процесса обучения**

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

### **Структура и график контрольных мероприятий**

Устный экзамен в конце семестра.