

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАЗМЫ КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА С УЧЕТОМ ЭФФЕКТА ХОЛЛА: НЕУСТОЙЧИВОСТИ КЕЛЬВИНА-ГЕЛЬМГОЛЬЦА И РЭЛЕЯ-ТЕЙЛОРА*

1. Введение

В бесстолкновительной плазме эффекты Холла играют важную роль в процессах, протекающих на пространственных и временных масштабах, малых по сравнению с характерными ионными масштабами (длина инерции и гиропериод ионов). На этих масштабах МГД-описание становится не применимым. Поэтому для крупномасштабного моделирования МГД-процессов с учетом эффектов Холла используется МГД, содержащая холловские члены в обобщенном законе Ома, которые и вносят в систему малые пространственные масштабы. Численному моделированию магнитного пересоединения в космической плазме с учетом эффекта Холла посвящен обзор автора [1].

Полное кинетическое моделирование (PIC-моделирование) в принципе может более адекватно рассматривать ряд проблем бесстолкновительной плазмы. Оно включает *a priori* эффект Холла, а так же и другие эффекты (например, эффекты конечного ларморовского радиуса). Разумным компромиссом между "простыми" МГД расчетами и рассмотрением динамики заряженных частиц (PIC-моделированием, требующим больших затрат компьютерного времени) является использование гибридных схем численного моделирования. В гибридной модели ионы рассматриваются как набор дискретных частиц, а электроны в виде безмассовой жидкости с изотропным давлением. В рамках этой модели эффекты Холла учитываются при добавлении холловского члена в обобщенный закон Ома.

При отклонении состояния плазмы от равновесного (токовые слои, пучки быстрых частиц в плазме и т.д.) появляются условия для развития неустойчивостей плазмы, т.е. нарастания малых возмущений до высокого уровня. В настоящей работе дается обзор работ по численному моделиро-

* Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, проект № 02-01-00299.

ванию с учетом эффекта Холла плазменных неустойчивостей, связанных с границами раздела (неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и Рэлея-Тейлора). Рассматриваются в основном работы с применением холловской МГД, а также гибридной модели.

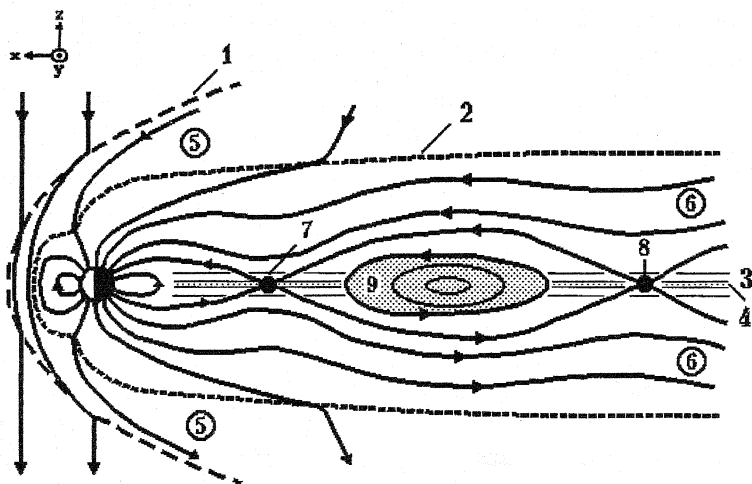


Рис. 1. Схематическое изображение магнитосферы. 1 – головная ударная волна, 2 – магнитопауза, 3 – плазменный слой, 4 – токовый слой, 5 – магнитослой, 6 – геомагнитный хвост, 7 – нейтральная линия суббури, 8 – удаленная нейтральная линия, 9 – плазмоид.

2. Некоторые понятия и обозначения

В исследованиях космической плазмы большое внимание уделяется магнитосфере Земли (Рис.1). Это связано с наличием большого числа данных, полученных с помощью наблюдений, как с Земли, так и с космических аппаратов. На рис.1 в левом верхнем углу показаны направления осей “стандартной” (солнечно-магнитосферной) системы координат, наиболее часто используемой при исследовании задач, связанных с магнитосферой: ось x лежит на линии Земля-Солнце по направлению к Солнцу; ось z направлена на север; дополняет систему ось y в направлении утра-вечер.

Солнце генерирует плазму – солнечный ветер (СВ) (основной компонент водород, несколько процентов гелия), который распространяется за пределы Солнца. Магнитосфера Земли формируется за счет взаи-

действия сверхзвукового потока замагниченной плазмы СВ с дипольным геомагнитным полем и представляет собой своеобразную полость (каверну) в потоке СВ, заполненную заряженными частицами и ограждающую Землю от непосредственного соприкосновения с СВ.

Внешняя граница магнитосферы, носящая название магнитопаузы, удалена от Земли в среднем на $\approx 10R_E$ и представляет собой токовый слой, в котором динамическое давление солнечного ветра (ρV^2) уравновешивает магнитное давление дипольного поля Земли ($B^2/8\pi$). На расстоянии около $5R_E$ от магнитопаузы по направлению к Солнцу в потоке солнечного ветра находится стоячая головная ударная волна, обусловленная тем, что скорость солнечного ветра превышает скорость, с которой движутся в направлении от Солнца волны сжатия, отклоняющие солнечный ветер вокруг магнитосферы. Переходной слой (магнитослой) — область сжатой и нагретой плазмы солнечного ветра, отделяющая головную ударную волну от магнитосферы.

Геомагнитный хвост — область на ночной стороне магнитосферы, где дипольное поле Земли вытянуто в направлении от Солнца в виде длинного цилиндрического шлейфа диаметром $\approx 40R_E$ и длиной более $1000R_E$. Он состоит из токового слоя (называемым также нейтральным слоем), который разделяет две области с противоположно направленным магнитным полем (доли геомагнитного хвоста). Между долями геомагнитного хвоста расположен плазменный слой — область с повышенной концентрацией горячей плазмы с очень слабым магнитным полем. Толщина плазменного слоя $\approx 5R_E$, энергия магнитного поля в нем меньше или порядка тепловой энергии частиц. В плазменном слое могут происходить разряды, сопровождающиеся выделением огромного количества магнитной энергии ($\sim 1.5 \times 10^{11}$ Вт), что приводит к возникновению ярких полярных сияний в полярных областях ионосферы Земли и к выходу в межпланетное пространство гигантских пузырей горячей плазмы ($75R_E \times 75R_E$), называемых плазмоидами.

Основные обозначения.

c — скорость света; e — величина заряда электрона; L_d — длина системы в d направлении; $L_n = (\partial \ln(n_e) / \partial x)^{-1}$ — пространственный масштаб градиента плотности; l — длина токового слоя; t — время;

$R_E = 6370$ км — радиус Земли; R_L — ионный гирорадиус;
 $R_L = \delta_i \beta_i^{1/2}$;

m_s – масса частицы сорта s ; $m \equiv m_e$ – масса электрона; $M \equiv m_i$ – масса иона; n_s – концентрация частиц сорта s ; P – давление (для идеальной плазмы $P = nk_B T$, k_B – постоянная Больцмана); T_s – температура частиц сорта s ;

$V_A \equiv B_0 / (4\pi m_0 M)^{1/2}$ – альфвеновская скорость; $\Omega_i / \omega_{pi} = V_A / c$; B_0 и n_0 – “базовые” значения магнитного поля и концентрации частиц.

S – число Лундквиста, равное отношению двух характерных времен $S = \tau_R / \tau_A$; τ_R – времени диффузии магнитного поля (резистивный масштаб времени) и τ_A – времени распространения МГД возмущений на расстояние L (альфвеновское время);

$\beta_s = n_s k_B T_s / (B^2 / 8\pi)$ – отношение давления компоненты “ s ” плазмы к магнитному давлению; $\delta_s \equiv c / \omega_{ps} = V_A / \Omega_s$ – длина инерции (или “бесстолкновительная скин-длина”) частиц сорта s ;

η – сопротивление плазмы; $\rho = Mn$ – массовая плотность;

$\gamma = C_p / C_v$ – отношение удельных теплоемкостей;

γ_1 – инкремент нарастания неустойчивости: $\gamma_1 = \text{Im } \varpi$ при представлении комплексной частоты в виде $\varpi = \omega + i\gamma_1$;

ω, \mathbf{k} – частота и волновой вектор колебаний; $\omega_{ps} \equiv (4\pi q_s^2 n_0 / m_s)^{1/2}$, $\Omega_s \equiv q_s B_0 / m_s c$ – плазменная частота и гирочастота частиц сорта “ s ”;

\mathbf{B} – магнитное поле; \mathbf{E} – электрическое поле; \mathbf{J} – плотность электрического тока;

\mathbf{V} – скорость потока компоненты плазмы (например, электронов \mathbf{V}_e) или плазмы;

\mathbf{x} – пространственная координата в $2-D(x, z)$;

Значения векторных величин обозначаются тем же самым символом, например, $B = |\mathbf{B}|$.

Нижние индексы: “ s ” – сорт частиц, в частности: e – электрон; i – ион; p – плазма (например, в ω_{ps}); “ 0 ” – обозначает начальное значение величины.

Размерность рассматриваемой задачи определяется размерностью конфигурационного пространства и обозначается с использованием символа D . Например, $1-D$ обозначает одномерную модель, в которой используется только одна пространственная переменная. При этом для векторных величин (скорости частиц, электрическое и магнитное поля) могут учитываться все три компоненты.

Аббревиатуры:

МГД – Магнитная Гидродинамика (MHD – Magnetohydrodynamic);
ИМГД – идеальная МГД;
ХМГД – Холловская МГД (HMHD – Hall MHD);
РХМГД – Резистивная Холловская МГД (RHMHD – Resistive HMHD);
СВ – Солнечный Ветер;
AMPTE – Artificial Magnetospheric Plasma Tracing Experiment
CRRES – {NASA} Combined Release and Radiation Effects Satellite
NASA – National Aeronautics and Space Administration
CFCI – Cross-Field Current Instability;
FLR – Finite Larmor Radius – конечный ларморовский радиус;
IMF – Interplanetary Magnetic Field: Межпланетное магнитное поле.

КНИ – Kelvin-Helmholtz Instability – Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца; К-Н – Kelvin-Helmholtz;
PIC – Particle-in-Cell: метод численного моделирования “частиц в ячейке”; EM PIC – Electromagnetic PIC – электромагнитный PIC;
TD – Tangential Discontinuity – тангенциальный разрыв.

3. Холловская МГД модель описания плазменных процессов

Методы магнитной гидродинамики (МГД) занимают важное место в исследованиях плазмы. Это обусловлено, во-первых, относительной простотой их математического описания и, во-вторых, наглядностью описания за счет использования усредненных величин. МГД приближение основано на макроскопической точке зрения, описывая явления на временных и пространственных масштабах больших по сравнению с гиромасштабами частиц. Описание мелкомасштабных явлений вводится в теорию посредством соответствующих усреднений.

Самым простым гидродинамическим (газодинамическим) описанием бесстолкновительной плазмы является теория идеальной магнитной гидродинамики (ИМГД). Решениями линеаризованных уравнений этого приближения являются хорошо известные МГД волны, которые (за некоторым исключением) являются так же низкочастотным пределом ($\omega \rightarrow 0$) линеаризованных уравнений двухжидкостной теории, содержащей в своей общей форме эффекты инерции, как электронов, так и ионов. При исключении из рассмотрения инерции электронов ($m = 0$) упрощенные уравнения двухжидкостной теории становятся идентичными уравнениям идеальной МГД, за исключением закона Ома, в котором появляется холловский член $E_{Hall} = (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) / (cn_e e)$. По этим причинам, такая теория полу-

чила название “холловская МГД” (ХМГД). Вообще говоря, теория ХМГД относится к плазменным процессам, протекающим на масштабах длины меньших, чем ионная длина инерции ($l < \delta_i \equiv c/\omega_{pi}$) и на временных масштабах малых по сравнению с ионным гиропериодом $t < \Omega_i^{-1}$. В приближении безмассовой жидкости скорость центра масс становится $\mathbf{V} = \mathbf{V}_i$ и простейший вариант уравнений несжимаемой резистивной ХМГД (РХМГД) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) &= 0, \\ \rho (\partial / \partial t + \mathbf{V} \nabla \cdot) \mathbf{V} + \nabla \cdot (P + B^2 / 8\pi) &= 0, \\ \partial \mathbf{B} / \partial t &= -c \nabla \times \mathbf{E}, & \text{(закон Фарадея)} \\ \mathbf{J} &= c \nabla \times \mathbf{B} / 4\pi, & (1) \\ \mathbf{E} &= -\nabla P / en_e - (\mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) / c + \eta \cdot \mathbf{J} + (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) / (en_e c), & \text{(закон Ома)} \\ \frac{d}{dt} \frac{P}{\rho^\gamma} &= 0. \end{aligned}$$

Для столкновительной плазмы (резистивной МГД) используется приближение адиабатической среды $\gamma = 5/3$. Для бесстолкновительной плазмы (МГД и ХМГД) более подходящим оказывается изотермическое приближение $\gamma = 1$, в котором последнее соотношение в (1) принимает вид $P/\rho = \text{const}$. При отсутствии холловского поля E_{Hall} в правой части обобщенного закона Ома для системы уравнений (1) используется название “резистивная МГД” (РМГД). Термин “идеальная МГД” (ИМГД) применяется в случае, когда в системе помимо пренебрежения членом E_{Hall} полагается и отсутствие конечного сопротивления ($\eta = 0$). При этом получается хорошо известное выражение закона Ома ИМГД: $\mathbf{E} = -(\mathbf{V}_e \times \mathbf{B})/c$.

Составляющая электрического поля $E_{Hall} = (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) / (en_e c)$ перпендикулярна как к току, так и к магнитному полю. Она часто возникает в плазме автоматически вследствие небольшого разделения зарядов в рамках наложения условия квазинейтральности ($n_i \approx n_e = n$). При подстановке закона Ома в закон Фарадея, последний с учетом соотношения $\mathbf{J} = en(\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i)$ принимает следующий вид

$$\partial \mathbf{B} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{V}_i \times \mathbf{B}) - \eta \cdot \nabla \times \mathbf{J} - \nabla \times ((\mathbf{J} \times \mathbf{B}) / en_e). \quad (2)$$

Последний член этого выражения (холловский член) можно записать в виде $\nabla \times ((\mathbf{J} \times \mathbf{B}) / en_e) = -(\nabla n_e) \times (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) / (en_e^2) + (\nabla \times (\mathbf{J} \times \mathbf{B})) / en_e$. В плоской геометрии холловское поле влияет на динамику плазмы и поля в поперечном к окружающему магнитному полю направлении только в случае неоднородной плазмы, поскольку $\nabla \times (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) = 0$. При включении в

рассмотрение динамики параллельного поля оказывается $\nabla \times (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \neq 0$ и холловское поле приводит к вистлерным модам. В цилиндрической геометрии холловское поле может оказаться важным и для однородной плазмы, поскольку в этом случае $\nabla \times (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \neq 0$. Холловский член также может быть записан в виде [2]:

$$\nabla \times ((\mathbf{J} \times \mathbf{B})/en_e) = Mc(\nabla \times (d\mathbf{V}_i/dt))/e. \quad (3)$$

В работе [2] ХМГД (система уравнений (1) без учета конечного сопротивления $\eta = 0$)

$$\begin{aligned} \partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) &= 0, \\ \rho (\partial / \partial t + \mathbf{V} \nabla \cdot) \mathbf{V} + \nabla \cdot (P + B^2/8\pi) &= 0, \\ \partial \mathbf{B} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{V}_i \times \mathbf{B}) - \nabla \times ((\mathbf{J} \times \mathbf{B})/en_e), \end{aligned} \quad (4)$$

(закон Фарадея)

использовалась для изучения физики, связанной с холловским членом. В этой работе приведен так же краткий обзор исследований по приложению теории ХМГД к задачам космической и лабораторной плазмы.

Пренебрежение электронной инерцией означает, что система ХМГД (4) применима только на временных масштабах, меньших, чем нижняя гибридная частота. В уравнениях ХМГД не учитываются также эффекты конечного ларморовского радиуса (FLR) ионов, связанные с анизотропией ионного тензора натяжений [3]. В жидкостном пределе эффекты FLR приводят к возникновению скорости диамагнитного дрейфа ионов в неоднородной плазме $V_{di} = (cT_i/eB)(\partial \ln(n_i)/\partial x) \cong (R_L/L_n)V_{th}$ [2], где V_{th} — тепловая скорость ионов. Отсюда следует, что ионная дрейфовая волна существует как нормальная мода системы $\omega = kV_{di}$ и в случае $R_L \leq L_n$ может приобретать существенное значение. Отношение скорости холловского магнитного дрейфа $V_H = (V_A c/\omega_{pi})(\partial \ln(n_i)/\partial x)$ к ионной диамагнитной скорости равняется $V_H/V_{di} \cong 2/\beta_i$, что предоставляет возможность пренебречь эффектами FLR в пределе малых β_i . С другой стороны, в системах с $R_L \gg L_n$ ионы не могут совершать диамагнитный дрейф в смысле движения жидкости. В этом пределе ионы существенно не замагничены (т.е. их орбиты следуют вдоль прямых линий) и эффектами FLR можно также пренебречь [4].

Скейлинг холловского члена по отношению других членов в последнем уравнении системы (4) получается с помощью использования представлений (2) и (3) [2]. Пренебрегая скоростью ионов V_i , закон Фарадея аппроксимируется в виде:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} \approx \frac{c}{4\pi n_e e L_n} \frac{B}{\Delta x} \frac{\Delta B}{\Delta x}. \quad (5)$$

Предполагая $\Delta x/\Delta t \sim V_A$ из (5) получается масштаб холловского члена $c/\omega_{pi} L_n = \delta_i/L_n$. С учетом соотношения $d/dt \sim \omega$ при сравнении выражения (3) с конвективным членом закона Фарадея масштаб холловского члена по отношению к конвективному члену оказывается равным ω/Ω_i . Таким образом, холловский член становится важным на пространственных масштабах, меньших ионной длины инерции и на временных масштабах, меньших по сравнению с ионным гиропериодом.

Во многих случаях эволюция магнитного поля, а также эволюция макропараметров плазмы (например, плотности плазмы), может быть описана в рамках ИМГД, за исключением размеров, меньших по сравнению с ионным гирорадиусом. Однако применение ИМГД может стать неадекватным для изучения некоторых аспектов динамики плазменных процессов. Дело в том, что в рамках ИМГД нельзя разделить вклады динамики ионов и электронов. Это связано с тем, что одним из неявных предположений ИМГД является положение, что в низшем порядке электронная и ионная жидкости имеют одну и ту же скорость. В формализме холловской МГД скорость электронного потока V_e отличается от скорости ионной жидкости V и определяется из выражения $V_e = V - J/ne$. Отсюда следуют выражения для раздельного описания плотностей тока ионной и электронной компонент: $J_i = enV$, $J_e = (e/4\pi)\nabla \times B - J_i = -enV_e$. Таким образом, в ХМГД имеется возможность раздельного изучения динамики ионов и электронов и в частности относительной важности изменения во времени J_e и J_i .

4. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца

Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца (КНГ) возникает при условии, когда две жидкости движутся одна относительно другой. Граница между ними (даже если она первоначально была плоской) может стать неустойчивой. Любое перпендикулярное к границе возмущение не затухает, а наоборот нарастает по амплитуде. На начальном этапе развития неустойчивости происходит модуляция поверхности раздела. Образовавшаяся "рябь" может, в дальнейшем перерасти в вихревую структуру. Источником энергии, необходимой для развития неустойчивости, является кинетическая энергия относительного движения жидкости. Достаточно широкой областью приложения теории неустойчивостей типа Кельвина-Гельмгольца (К-Н) являются космические и астрофизические проблемы.

Упрощенное рассмотрение гидромагнитных неустойчивостей типа Кельвина-Гельмгольца проводится в рамках одно- или двух-жидкостного подхода с аппроксимацией переходного слоя изменения скорости в виде

резкого скачка (т.е. в виде тангенциального разрыва). Однако, в коротковолновом пределе, когда длина волны становится сравнимой с толщиной переходного слоя, необходимо учитывать конечность этой области. В случае бесстолкновительной плазмы МГД описание сжимаемости среды, а также ряда других эффектов, становится, вообще говоря, неадекватным. При этом вместо гидродинамического подхода следует использовать кинетическое описание.

При кинетическом рассмотрении основной вклад в развитие неустойчивости Кельвина-Гельмгольца вносит ионная компонента плазмы, а электронные масштабы длины и времени, как правило, не проявляются. Поэтому электроны можно рассматривать как жидкость, оставляя кинетическое описание (в смысле метода частиц или PIC метода) только для ионов. Довольно общий тип гибридных кодов, в которых электроны рассматриваются как безмассовая жидкость, а ионы описываются набором частиц конечного размера, широко используются при изучении бесстолкновительных ударных волн, пинчей, плазменного фокуса и т.д.

Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца возникает при наличии ширины скорости и приводит к преобразованию энергии относительного движения слоев плазмы в другие формы энергии (например, кинетическую энергию вихрей, магнитную энергию). Турбулентность, возникающая при развитии этой неустойчивости, является источником аномальных вязкости и сопротивления. Теория неустойчивостей типа К-Н в случае, когда плазма движется вдоль магнитного поля со скоростью V , зависящей от поперечной координаты x ($dV/dx \neq 0$) представлена в монографии Михайловского [5], в которой дана теория как обычных (гидромагнитных или классических), так и непотенциальных дрейфовых неустойчивостей типа К-Н. Последние связаны с дрейфово-конвективным движением частиц поперек магнитного поля под воздействием возмущенных электромагнитных полей.

Простейшей теоретической моделью классической (гидромагнитной) неустойчивости К-Н, позволяющей получить строгий и достаточно общий результат, является МГД-модель со скачкообразным профилем - плоским тангенциальным разрывом (TD), с каждой стороны которого параметры среды являются постоянными. Исследование такой задачи об устойчивости TD было впервые проведено в работах Ландау [6] и Сыроватского (см., например, [7, 8] и обзор [9]). Результаты этих работ нашли отражение в книгах (Ландау и Лифшиц [10]; Чандрасекар [11]), которые часто используются в качестве первоисточников по теории этой неустойчивости. Обзоры ранних работ по КНП приведены в [12,13]. Электродинамическая трактовка классической КНП и ее сходство с альфвеновской

неустойчивостью взаимодействующих плазм обсуждались в обзоре Михайловского [14].

Чандрасекар [11] отметил два простых случая: поток плазмы перпендикулярен магнитному полю (поперечный случай); поток плазмы параллелен магнитному полю (параллельный случай). В перпендикулярном случае магнитное поле не воздействует на неустойчивость и поток оказывается неустойчивым для всех скачков скорости (как и в обычной гидродинамике). В параллельном случае неустойчивость полностью стабилизируется если полный скачок скорости не превышает двухкратной альфвеновской скорости (условие Сыроватского) $B^2/8\pi \geq (1/4)\rho\Delta V^2/2$ (или $2V_A \geq \Delta V$).

Вопросы, связанные с кинетическим описанием гидромагнитной неустойчивости К-Н, первоначально рассматривались в работе [15,16]. Было установлено [15], что МГД анализ может быть неприменим к тангенциальному разрыву. Во-первых, из-за того, что ларморовский радиус частиц может оказаться сравнимым с другими характерными размерами задачи (толщиной переходного слоя и длиной волны возмущений). Во-вторых, из-за возможного резонансного взаимодействия волна-частица. Для дрейфовых неустойчивостей К-Н важны оба отмеченных фактора.

В работе [15] была показана необходимость рассмотрения конечной области шира в коротковолновом пределе. Было найдено, что инкремент нарастания возрастает линейно с ростом волнового числа, так что наибольший инкремент соответствует возмущениям с самой короткой длиной волны. Однако, для достаточно коротких длин волн уже нельзя пренебрегать конечной толщиной переходного слоя изменения скорости.

5. Численное моделирование неустойчивости Кельвина-Гельмгольца с учетом эффекта Холла

Большое число работ по численному моделированию неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (КНГ) было проведено с использованием различных гидродинамических и МГД кодов (см., например, обзор [17]). Холловская МГД использовалась в работах [2, 18-21], в которых исследовалось влияние холловского члена на К-Н неустойчивость. Например, был проведен линейный [19,22] и нелинейный [20] анализ КНГ. По сравнению с эволюцией, основанной на идеальной МГД, холловский член приводит к коротковолновой турбулентности, которая может подавить формирование вихрей и вводит асимметрию в развитие неустойчивости в зависимости от знака завихренности $\nabla \times \mathbf{V}_i$. В работе [22] была найдена новая ветвь неустойчивости в коротковолновом режиме ($kL > 1$).

Анализ неустойчивости К-Н [4,20] проводился на основе ХМГД уравнений (4), в которых $P = nT$, $T = T_e + T_i$, $\mathbf{V} = V(x, y)\hat{\mathbf{e}}_z$, $T_e \gg T_i$. Последнее соотношение означает, что в исследовании можно было пренебречь эффектами FLR. Линейный анализ (4) приводит к дисперсионному соотношению [23]:

$$\omega = \frac{k_x V_A}{2} \left(\frac{c}{\omega_{pi} L_n} \right) \left[1 \pm \left\{ 1 + (1 + \beta/2) \left(\frac{L_n^2 \omega_{pi}^2}{c^2} \right) \right\}^{1/2} \right].$$

В этом соотношении из-за наличия холловского члена возникает новая дрейфовая мода в пределе $L_n < (c/\omega_{pi})(1 + \beta/2)^{-1/2}$. Для $L_n \ll (c/\omega_{pi})(1 + \beta/2)^{-1/2}$ дисперсионное соотношение переходит в $\omega \cong k_x V_A (c/\omega_{pi})/L_n$ и волна распространяется в направлении $\mathbf{V} \times \nabla n$.

В 2-D ХМГД-моделировании [20] использовался метод конечных элементов. Уравнения (1) решались в консервативной форме с использованием дискретной схемы полной вариации [24]. Результаты численного моделирования [20] продемонстрировали существенное изменение нелинейной эволюции КН в тонких граничных слоях ($L < c/\omega_{pi}$) за счет учета холловского члена. При этом, возникает коротковолновая турбулентность ($kL > 1$), которая подавляет формирование вихрей. Кроме того, наблюдается асимметрия, связанная с направлением завихренности.

В работе [21] проводилось 2-D ХМГД моделирование КН, которая может возникнуть в области близлежащего к Земле токового слоя — т.е. в области, где дипольная структура магнитного поля Земли переходит в конфигурацию поля типа хвоста. Используемые уравнения ХМГД были очень похожи на уравнения системы (1) при $\eta = 0$ и $\gamma = 1$ за исключением уравнения ионного момента (второе уравнение системы (1)), которое заменялось на $\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{c} \mathbf{J} \times \mathbf{V} - \nabla P$. Результаты расчетов показали, что в случае нулевой нормальной компоненты поля численное моделирование воспроизводило хорошо известные классические вихри К-Н. Однако, при наличии магнитного поля направления север-юг КН оказывалась не локализованной в окрестности токового слоя: возмущения распространялись из этой окрестности вдоль силовых линий поля.

Численное исследование неустойчивости К-Н помимо многочисленных работ по МГД-расчетам включает также работы по гибриднему и PIC моделированию (в приложении к космической плазме см., например, соответственно [25-33] и [34-37]). Эволюция во времени неустойчивости К-Н, полученная в результате двумерного (2D) гибридного моделирования [25-32], во многом похожа на результаты МГД моделирования: пер-

воначально нарастают коротковолновые возмущения, поскольку они имеют наибольший инкремент; затем эти возмущения эволюционируют в вихревые структуры. В дальнейшем происходит объединение (сливание) этих вихрей в более длинноволновые образования; в результате образуется широкий слой перемешивания частиц (ионов) сложной структуры. Скейлинг по длине волны инкремента нарастания качественно совпадает с МГД теорией за исключением случаев когда длина волны оказывается меньше ионного гирорадиуса. Однако, при гибридном моделировании появляются и другие эффекты, которые отсутствуют в МГД моделировании: например, возникновение мелкомасштабных структур, которые отделяются от границы [26] и обуславливают перемешивание на ранних временах [28].

В работах [26, 27] численное моделирование неустойчивости К-Н проводилось в приложении к ионосфере Венеры и магнитосфере Земли. Было показано, что в отличие от результатов ИМГД моделирования, сгустки плазмы с характерным масштабом $\geq R_L$ могут отделяться от граничного слоя. В расчетах, проведенных по МГД модели с учетом конечного ларморовского радиуса (FLR MHD) [39], было найдено, что сгустки большой плотности могут переноситься в область низкой плотности. Однако, плазма низкой плотности не проникала в область большой плотности. В этих расчетах сгустки большой плотности имели характерный масштаб $(5 - 10)R_L$. Эти значения оказались несколько больше по сравнению с размерами, полученных в [26, 27].

В гибридном моделировании замагниченного потока позади намагниченного объекта (т.е. ситуация кометы) [32] граничный слой, разделяющий натекающую плазму и плазму объекта, оказался неустойчивым. Развитие неустойчивости значительно различалось на утреннем и вечернем флангах граничного слоя. Таким образом, эволюция неустойчивости происходила асимметрично относительно центральной линии потока. В работе [32] было отмечено, что такая асимметрия может быть обусловлена холловским членом [20]. По результатам вычислений в работе [38] было сделано предположение, что, асимметрия может быть вызвана так же и FLR ионов, поскольку в гибридном моделировании знак параметра $\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\Omega}$ изменяется от утренней стороны к вечерней стороне.

6. Численное моделирование неустойчивости поперечного поля электрического тока

Значительное усиление поперечного геомагнитному хвосту тока является одним из признаков начала фазы расширения суббури. Для объяснения этого явления первоначально особое внимание обращалось на тиринг-неустойчивость. Однако, тиринг-неустойчивость стабилизируется в

том случае, когда имеется конечное магнитное поле (направления север-юг) в центре токового слоя [39-42]. Кроме того, по результатам наблюдений начало фазы расширения располагается в довольно близкой к Земле области, в которой конфигурация магнитного поля изменяется от дипольного к полю типа хвоста. По эти причинам вместо тиринг-неустойчивости были предложены и другие механизмы. Среди них неустойчивость поперечного полю тока (CFCI) [43-48].

Основная идея альтернативного (т.е. CFCI) сценария состоит в следующем. При обычных условиях поперечный хвосту ток подавляется за счет диамагнитного дрейфа ионов и электронов. Наблюдения показали, что в ближайшей области Земли β электронов (β_e) значительно меньше, чем β ионов (β_i). За счет этого, поперечный хвосту ток переносится в основном ионами. Во время поворота IMF на южное направление плазменный слой утончается, а поперечный хвосту ток начинает усиливаться. Когда толщина токового слоя становится порядка характерного гирорадиуса ионов, описание ионов в приближении дрейфа ведущего центра становится неадекватным. В этих условиях для ионов начинается неадиабатическое движение Спейсера. В результате этого, дрейф ионов через поперечную хвосту плоскость значительно возрастает. Вследствие своего малого гирорадиуса, электроны остаются привязанными к силовым линиям магнитного поля. За счет малого значения β_e , электронный диамагнитный дрейф оказывается пренебрежимо малым по сравнению с неадиабатическим дрейфом ионов.

Неустойчивость поперечного полю тока является результатом относительного дрейфа ионов и электронов. Она может возрастать до разрушения и отклонения в направлении Земли поперечного хвосту электрического тока. Однако, при PIC или гибридном моделировании [45, 47] было получено значительное подавление неустойчивости в толстом токовом слое, когда средний поток скорости ионов, связанный поперечным хвосту током, не содержит шир скорости. Однако неустойчивость восстанавливается при утончении токового слоя и наложении поля скоростей с широм. Такой результат означает, что шир скорости играет главную роль в возбуждении неустойчивости. Однако, поле потока скорости с широм должно быть неустойчивыми также и по отношению возмущений типа Кельвина-Гельмгольца. Поэтому, в общем случае должна происходить конкуренция между относительно высокочастотной неустойчивостью поперечного полю тока и МГД неустойчивостью Кельвина-Гельмгольца.

7. Численное моделирование неустойчивости Рэлея-Тейлора с учетом эффекта Холла

В ситуации, когда тяжелая жидкость располагается над легкой, на границе раздела между ними может возникнуть классическая неустойчивость Рэлея-Тейлора. Под воздействием гравитационного поля тяжелая жидкость просачивается в легкую. При этом образуются “масляные пальцы” и “спицы”. В магнитоактивной плазме неустойчивости типа Рэлея-Тейлора возникают в том случае, когда в плазме существует резкая граница или градиент плотности. Кроме того, к плазме должна быть приложена внешняя сила неэлектромагнитного характера, которая и является причиной неустойчивости (см., например, [5]). В данном разделе рассматриваются в основном работы, связанные с численным ХМГД-моделированием АМРТЕ выпусков бария и гибридным моделированием взаимодействия солнечного ветра с немагнитными планетами (типа Венеры).

В ходе космических исследований по программе АМРТЕ был произведен выпуск бария в магнитохвост Земли на высоте $r \sim 11R_E$ [49]. В этом эксперименте наблюдалось начало неустойчивости во время фазы расширения выпуска: на оболочке бария формировались крупномасштабные возмущения плотности вдоль поля [49]. Для объяснения поперечного движения бария выпуска АМРТЕ в солнечный ветер, наряду с прочим анализом, была использована также и холловская МГД [2,50,51].

Линейная теория неустойчивости, ответственной за структурирование субальфвенового расширения плазмы, была разработана на основе уравнений (1)-(3), (5) [18]. Рассматриваемая неустойчивость развивается:

во-первых, за счет торможения облака ($\partial V_0 / \partial t < 0$); и

во вторых, за счет наличия градиента плотности на лидирующем конце облака (∇n_0).

Торможение можно рассматривать как эффективное гравитационное ускорение $\mathbf{g} = -\partial V_0 / \partial t$. На фронте края оболочки $\mathbf{g} \bullet \nabla n_0 < 0$. Вследствие этого конфигурация оказывается нестабильной по отношению неустойчивости типа Рэлей-Тейлора. Детальный кинетический анализ неустойчивости был проведен в [52]. Линейное дисперсионное соотношение было получено при следующих условиях [2,52]:

плазменная конфигурация: $\mathbf{B} = B_0(x)\hat{\mathbf{e}}_z$, $n = n_0(x)$, $\mathbf{g} = g\hat{\mathbf{e}}_x$;

гравитационное ускорение добавлялось в правую часть (2) в виде члена $n_i M \mathbf{g}$;

равновесие задавалось соотношением
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(n_0 T + \frac{\mathbf{B}_0^2}{8\pi} \right) = n_0 M g;$$

рассматривались возмущения вида $\exp[i(k_y y - \omega t)]$;

использовалась локальная аппроксимация, т.е. $k_y L_n \gg 1$.

В предельном случае $\omega \ll k_y V_A$ и $\beta \ll 1$ дисперсионное соотношение представляется в следующем виде:

$$\omega = \begin{cases} (g/L_n)^{1/2}, & \omega \ll \Omega_i, \\ k_y (gL_n)^{1/2}, & \omega \gg \Omega_i, \end{cases} \quad (6)$$

при этом для развития неустойчивости требуется выполнение условия $gL_n < 0$. Верхняя строка дисперсионного соотношения (6) соответствует обычной неустойчивости Рэлей-Тейлора, в то время как нижняя – холловской модификации этой неустойчивости. Относительно соотношения (6) в работе [2] делаются следующие замечания:

эффект Холла приобретает важное значение только на временных масштабах, меньших по сравнению с ионным циклотронным периодом;

скейлинг инкремента нарастания по волновому числу k_y и пространственному масштабу градиента плотности различен в двух пределах; в частности, инкремент нарастания в случае холловской модификации прямо пропорционален k_y ; очень большая скорость нарастания может быть достигнута в коротковолновом пределе; однако, в случае, когда при анализе учитывается инерция электронов [52], в конечном счете, происходит “обращение” скорости нарастания и она начинает уменьшаться с ростом k_y ;

критерием “обращения” для холловской модификации неустойчивости Рэлей-Тейлора в пределе малых β является выполнение неравенства $g/L_n > \Omega_i^2/4$;

обычная неустойчивость Рэлей-Тейлора существенно несжимаема ($\nabla \cdot \mathbf{V}_i = 0$) и имеет отличную от нуля завихренность $\nabla \times \mathbf{V}_i \neq 0$, в то время как ее холловская модификация сжимаема ($\nabla \cdot \mathbf{V}_i \neq 0$), но зато в этом случае $\nabla \times \mathbf{V}_i = 0$.

В работе [2] численное моделирование, основанное на системе уравнений (1)-(3), проводилось для параметров, соответствующих высотным CRRES выпускам бария [53] и лабораторным экспериментам по облучению лазерным излучением мишеней [54]. Результаты моделирования выпусков характерны для всех численных расчетов субальфвеновского расширения плазмы.

Для того чтобы качественно описать CRRES бариевые выпуски с помощью двумерного (2-D) моделирования, масса бария масштабиро-

валась таким образом, чтобы радиус магнитного ограничения R_B был бы одним и тем же, как для 2-D цилиндрического, так и для 3-D сферического расширения. Различие между 2-D и 3-D расширением является только геометрическим и обусловлено скейлингом магнитной энергии. Для трех измерений $R_B = (3M_0 V_0^2 / B_0^2)^{1/3}$, в то время как в двумерном случае $R_B = (4M_0 V_0^2 / B_0^2)^{1/2}$. Таким образом, в моделировании использовалась масса $M_0^* = (3M_0 B_0 / 8V_0)^{2/3}$. Хотя такой выбор массы позволял в 2-D коде обеспечить подходящие пространственные и временные масштабы для эволюции диамагнитной каверны, имеется существенное различие между 2-D и 3-D расширением в радиальной зависимости торможения плазмы. В случае 3-D сферического расширения эффективная гравитация, поддерживаемая расширяющейся плазмой, равна $g = B_0^2 R^2 / 2M_0$, в то время как для 2-D цилиндрического расширения $g = B_0^2 R / 4M_0$.

В работе [2] уравнения (1)-(3) решались на цилиндрической сетке с разрешением $50 \times 40(r, \theta)$. На внутренней границе по r использовались условия твердой стенки; на внешней границе по r – условия частичной прозрачности; в направлении θ – периодические условия. Внутренний радиус $r_i \cong 1.8$ км; внешний радиус $r_0 \cong 1260$ км. В области $r_i < r < 60$ км использовалась однородная радиальная сетка (40 ячеек) с шагом $\Delta r = 1.5$ км, а в области $60 \text{ км} < r < 1260$ км применялось растяжение сетки на 10 ячейках. Размер радиальной ячейки выбирался таким образом, чтобы до внешней границы не доходили возмущения ни поля, ни плотности. Профиль плотности инициализировался со случайным возмущением ($\leq 0.06\%$). Параметры плазмы и поля: $B_0 = 135$ нТ; $n_0 = 440$ см $^{-1}$; $M_0^* = 6.84 \times 10^{-4}$ г (что соответствовало $M_0 = 42.4$ кг в 3-D); $C_s = (2T/M)^{1/2} = 0.1$ км/с; $M_A = V_0/V_A = 0.1$. Для уменьшения альфвеновской скорости в целях повышения эффективности вычислений, плотность окружающей среды выбиралась выше реальной плотности.

В численном моделировании [2] наблюдалось формирование оболочки плотности, которая по мере расширения приобретала более развитую структуру. Неустойчивость начиналась при $t \cong 18$ с. В этот момент времени оболочка плотности находилась в положении $r \cong 20$ км. Номер неустойчивой моды равнялся ~ 40 , что соответствовало наименьшей длине волны, разрешимой на используемой сетке. Такое поведение системы согласовывалось с линейной теорией немагнитной неустойчивости Рэлей-Тейлора, поскольку $\gamma_1 \propto k$. Однако, в процессе расширения барьерной плазмы происходит слияние мод, которое приводит к модам с более низ-

кими номерами (~16). Кроме того, формировалась четко выраженная магнитная каверна ($B \cong 0$), которая достигала максимальной протяженности при $t \cong 34$ с и имела радиус $R_p = 25 - 30$ км. Результаты численного моделирования субальфвеновского расширения с использованием ХМГД [2] показали формирование диамагнитной каверны с ее последующим коллапсом, а также структурирование плазмы во время фазы расширения. Свободный поток поперек поля и пространственные и временные масштабы, связанные с этими процессами, были в согласии с данными наблюдений. 2 - D численное моделирование субальфвеновского расширения плазмы проводилось также с применением метода частиц [55,56]. Результаты были в согласии с результатами жидкостного моделирования и показали, что расширяющаяся плазма неустойчива.

Численное моделирование CRRES бариевого выпуска проводилось также с использованием идеальной МГД (т.е. в пренебрежении холловским членом) [53]. Хотя в этом моделировании наблюдалось возмущение начального профиля плотности, на протяжении фазы расширения структурирование оболочки плотности отсутствовало. Слабая структура проявлялась только когда расширение ионов бария прекращалось. Холловская модификация неустойчивости Рэлей-Тейлора изучалась и в плоской геометрии [57]; ее развитие отличалось от развития обычной неустойчивости Рэлей-Тейлора.

При взаимодействии солнечного ветра с “немагнитными” объектами (например, Венерой) интересным вопросом является неустойчивое поведение границы (ионопаузы) между набегающим СВ и плазмой ионосферы. В работе [32] гибридное моделирование применялось для исследования взаимодействия между цилиндрическим плазменным источником с нулевым собственным магнитным полем и потоком замагниченной плазмы типа СВ (ситуации похожая на ионопаузу Венеры). В результате истечения плазмы с препятствия устанавливалась граница между выходящим потоком этой плазмы и набегающей плазмой СВ. За счет самосогласованной постановки задачи на этой границе естественным образом создавался шир скорости, а поскольку магнитное поле в моделировании было перпендикулярно потоку, то при малом шире скорости могла возбуждаться неустойчивость Кельвина-Гельмгольца (КНГ).

Результаты гибридного моделирования [32] продемонстрировали важность КНГ для процессов, протекающих на дневной стороне взаимодействия СВ с “немагнитными” планетами. Движение граничной поверхности может быть причиной замедления тяжелой жидкости легкой – классическая ситуация для развития неустойчивости Рэлей-Тейлора, в результате которой на поверхности раздела происходит генерация желобковых мод типа “пальцев”. В ходе расчетов [32] эти моды служили затра-

вочными возмущениями для последующего развития КНИ, которая в свою очередь приводила к “завихрению” нитей потока и переходу к более длинноволновым модам, когда плазма конвективно смещалась вокруг объекта. Для появления эффектов Рэлея-Тейлора движение самой границы не обязательно: достаточно, чтобы радиальный поток конечной скорости был остановлен магнитным полем. Наличие азимутальной скорости плазмы необходимо для ее сноса из области вблизи подсолнечной точки.

Эволюция во времени неустойчивости Рэлея-Тейлора в двумерной плазме с малым значением β численно исследовалась в [58]. Расчеты проводились с использованием, как гибридного кода, так и кода неидеальной МГД (учет холловского члена, поправки FLR). Подробно рассматривались три случая: идеальной МГД; МГД с учетом слабых и сильных эффектов неидеальности. В идеальной МГД при развитии неустойчивости появлялись обычные “пузыри” и “спицы”. В случае слабой неидеальности доминировали длинноволновые моды, что напоминало развитие КНИ. При этом, на границе раздела развивались коротковолновые филаменты. При наличии сильной неидеальности преобладали структуры мелкого масштаба, а релаксация граничного слоя протекала за счет диффузионного процесса, а не за счет нелинейного крупномасштабного перемешивания. Результаты расчетов по двум кодам (гибридному и МГД) оказались в хорошем соответствии.

Литература

1. Филиппычев Д.С. Численное моделирование плазмы космического пространства с учетом эффекта Холла: Процесс пересоединения магнитных силовых линий. // Прикладная математика и информатика *N*: Сб. //Под ред. Д.П. Костомарова, В.И.Дмитриева - М: МАКС Пресс, 2004, в печати.
2. Huba J.D. Hall magnetohydrodynamics in space and laboratory plasmas. //Phys. Plasmas 1995. Vol. 2, N 6. Pt. 2. P. 2504-2513.
3. Roberts K.V., Taylor J.B. Magnetohydrodynamic equations for finite Larmor radius. //Phys.Rev.Lett. 1962. V. 3, N 5. P. 197-198
4. Hassam A.B., Huba J.D. Magnetohydrodynamic equations for systems with large Larmor radius. //Phys.Fluids. 1988. V. 31, N 2. P. 318-325.
5. Михайловский А.Б. Электромагнитные неустойчивости неоднородной плазмы. - М.: Энергоатомиздат, 1991. 352 с.

6. Ландау Л.Д. Об устойчивости тангенциальных разрывов в сжимаемой жидкости. // Докл. Акад. Наук СССР. 1944. Т. 44. N 4. С. 151-153.
7. Сыроватский С.И. Об устойчивости тангенциальных разрывов в сжимаемой среде. // ЖЭТФ 1953. Т. 24. N 6. С. 622-630.
8. Сыроватский С.И. Неустойчивость тангенциальных разрывов в магнитодинамической среде. // ЖЭТФ 1954. Т. 27. N 1 (7). С. 121-123.
9. Сыроватский С.И. Магнитная гидродинамика. // УФН 1957. Т. 62. N 3. С. 247-303.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - (Теоретическая физика, Т. VIII) - М.: Гостехиздат, 1957. 532 с.; М.: Физматгиз, 1959. 532 с.; 2-е изд. - М.: Наука, 1982. 623 с.; 3-е изд. - М.: Наука, 1992. 661 с.
11. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability. - New York: Oxford University Press. 1961.
12. Dungey J.W. Waves and particles in the magnetosphere. // Physics of the Magnetosphere. / Edited by R.L. Carovillano, J.F. McClay, H.R. Radoski. - Dordrecht: D.Reidel, 1968. P. 218-259.
13. Gerwin R.A. Stability of the interface between two fluids in relative motion. // Rev.Mod.Phys. 1968. Vol. 40, N 3. P. 652-658.
14. Михайловский А.Б. Электромагнитные неустойчивости немаксвелловской плазмы. // Вопросы теории плазмы. // Под ред. М.А. Леонтовича. - М.: Атомиздат. 1972, Вып. 6. С. 70-138.
15. Lerche I. Validity of the hydromagnetic approach in discussing instability. // J.Geophys.Res. 1966. Vol. 71, N 9. P. 2365-2371.
16. Sen A.K. Discussion of paper by I. Lerche "Validity of the hydromagnetic approach in discussing instability". // J.Geophys.Res. 1968. Vol. 73, N 15. P. 5015-5016.; Lerche I. Reply. // Ibid. P. 5017.
17. Филиппычев Д.С. Гибридное моделирование плазмы космического пространства: Модели с представлением электронов в виде безмассовой жидкости. 4. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца. // Прикладная математика и информатика N 7: Сб. // Под ред. Д.П. Костомарова, В.И. Дмитриева - М: МАКС Пресс, 2001, С. 19-55.
18. Hassam A.B., Huba J.D. Structure of the magnetotail barium releases. // Geophys.Res.Lett. 1987. Vol. 14, N 1. P. 60-63.
19. Fujimoto M., Terasawa T. Ion inertia effect on the Kelvin-Helmholtz instability. // J.Geophys.Res.A. 1991. Vol. 96, N A9. P. 15725-15734.
20. Huba J.D. Hall dynamics of the Kelvin-Helmholtz instability. // Phys.Rev. Lett. 1994. Vol. 72, N 13. P. 2033-2036.
21. Yoon P.H., Drake J.F., Lui A.T.Y. Theory and simulation of Kelvin-Helmholtz instability in the geomagnetic tail. // J.Geophys. Res.A. 1996. Vol. 101, N A12. P. 27327-27339.

22. Opp E., Hassam A.B. Kelvin-Helmholtz instability in systems with large effective Larmor radius. //Phys.Fluids. B. 1991. **Vol.B3**, N 4. P. 885-892.
23. Huba J.D. Theory and simulation of a high frequency magnetic drift wave. //Phys. Fluids B. 1991. **Vol. B3**, N 12. P. 3217-3225.
24. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. //J.Comput.Phys.1983. **Vol. 49**, N 3. P.357-393.
25. Fujimoto M., Terasawa T. On the use of spline functions for differential representations in the hybrid code simulation. //Proceedings of the 4th ISSS/Edited by H. Matsumoto, -Kyoto, Japan: *Kyoto University*, 1991.
26. Thomas V.A., Winske D. Kinetic simulation of the Kelvin-Helmholtz instability at the Venus ionopause.//Geophys.Res.Lett.1991. **Vol.18**, N 11. P.1943-1946.
27. Thomas V.A., Winske D. Kinetic simulations of the Kelvin-Helmholtz instability at the magnetopause.//J.Geophys.Res.A.1993. **Vol.98**, N A7. P.11425-11438.
28. Terasawa T., Fujimoto M., Karimabadi H., Omidi N. Anomalous ion mixing within a Kelvin-Helmholtz vortex in a collisionless plasma. //Phys.Rev.Lett. 1992. **Vol.68**, N 18. P. 2778-2781.
29. Fujimoto M., Terasawa T. Anomalous ion mixing within an MHD scale Kelvin-Helmholtz vortex. //J.Geophys.Res.A.1994. **Vol.96**, N A5. P. 8601-8613.
30. Fujimoto M., Terasawa T. Anomalous ion mixing within an MHD scale Kelvin-Helmholtz vortex. 2. Effects of inhomogeneity.//J.Geophys.Res.A.1995. **Vol.100**, N A7. P.12025-12033.
31. Thomas V.A. Kinetic simulation of the Kelvin-Helmholtz instability in finite sized jet. //J.Geophys. Res.A. 1995. **Vol.100**, N A7. P. 12011-12016.
32. Thomas V.A. Kinetic Kelvin-Helmholtz instability at a finite sized object. //J.Geophys.Res.A.1995. **Vol.100**, N A7. P. 12017-12023.
33. Thomas V.A. Three-dimensional kinetic simulations of the Kelvin-Helmholtz instability. //J.Geophys.Res.A.1995. **Vol.100**, N A10. P.19429-19433.
34. Pritchett P.L., Coroniti F.V. The collisionless macroscopic Kelvin-Helmholtz instability. 1. Transverse electrostatic mode. //J.Geophys.Res.A. 1984. **Vol.89**, N A1. P. 168-178.
35. Tajima T., Horton W., Morrison P.J., Schutkeker J, Kamimura T., Mima K., Abe Y. Instabilities and vortex-dynamics in shear flow of magnetized plasmas. //Phys.Fluids B. 1991. **Vol. B3**, N 4. P.938-954.
36. Pritchett P.L. Simulation of collisionless electrostatic velocity-shear-driven instabilities. //Phys.Fluids B. 1993. **Vol. B5**, N 10. P. 3770-3778.

37. Wilber M., Winglee R.M. Dawn-dusk asymmetries in the low-latitude boundary layer arising from the Kelvin-Helmholtz instability: A particle simulation. //J.Geophys.Res. A. 1995. **Vol. 100**, N A2. P. 1883-1898.
38. Huba J.D. The Kelvin-Helmholtz instability: Finite Larmor radius magnetohydrodynamics. //Geophys.Res.Lett. 1996. **Vol.23**, N 21. P. 2907-2910.
39. Pellat R.L., Coroniti F.V., Pritchett P.L. Does ion tearing exist? //Geophys.Res.Lett. 1991. **Vol. 18**, N 2. P. 143-146.
40. Kuznetsova M.M., Zelenyi L.M. Magnetic reconnection in collisionless field reversals: The universality of the ion tearing mode. //Geophys.Res.Lett.1991. **Vol. 18**, N 10. P. 1825-1828.
41. Brittnacher M., Quest K.B., Karimabadi H. On the energy principle and ion tearing in the magnetotail. //Geophys.Res.Lett.1994. **Vol. 21**, N 15. P. 1591-1594.
42. Wang X., Bhattacharjee A. Global asymptotic equilibria and collisionless tearing stability of magnetotail plasmas.//J.Geophys.Res.A.1993. **Vol. 98**, N A11. P. 19419-19434.
43. Lui A.T.Y., Chang C.-L., Mankofsky A., Wong H.-K., Winske D. A cross-field current instability for substorm expansions. //J.Geophys.Res.A. 1991. **Vol. 96**, N A6. P. 11389-11401.
44. Lui A.T.Y., Yoon P.H., Chang C.-L. Quasi-linear analysis of ion Weibel instability in the Earth's neutral sheet. // J.Geophys.Res.A. 1993. **Vol. 98**, N A1. P. 153-163.
45. Lui A.T.Y., Chang C.-L., Yoon P.H. Preliminary nonlocal analysis of cross-field current instability for substorm expansion onset. // J.Geophys.Res.A. 1995. **Vol. 100**, N A10. P. 19147-19154.
46. Yoon P.H., Lui A.T.Y. Nonlinear analysis of generalized cross-field current instability. //Phys. Fluid.B. 1993. **Vol. B 5**, N 3. P. 836-853.
47. Yoon P.H., Lui A.T.Y. Nonlocal ion-Weibel instability in the geomagnetic tail. //J.Geophys. Res.A. 1996. **Vol.101**, N A3. P. 4899-4906.
48. Yoon P.H., Lui A.T.Y., Chang C.L. Lower-hybrid-drift instability operative in the geomagnetic tail. //Phys. Plasmas. 1994. **Vol. 1**, N 9. P. 3033-3043.
49. Bernhardt P.A., Roussel-Dupre R.A., Pongratz M.B., Haerendel G., Valenzuela A., Gurnett D., Anderson R.R. Observations and theory of the AMPTE magnetotail barium releases. //J.Geophys.Res. A 1987. **V. 92**, N A6. P. 5777-5794.
50. Harold J.B., Hassam A.B. A simulation of the December 1984 solar wind AMPTE release. //Geophys.Res. Lett. 1991. **V. 18**, N 2. P. 135-138.
51. Harold J.B., Hassam A.B. Two ion fluid numerical investigations of solar wind gas releases. //J.Geophys.Res. A 1994. **V. 99**, N A10. P. 19325-19340.

52. Huba J.D., Hassam A.B., Winske D. Stability of sub-Alfvénic plasma expansions. //Phys. Fluids B. 1990. Vol. B2, N 7. P. 1676-1697.
53. Huba J.D., Bernhardt P.A., Lyon J.G. Preliminary study of the CRRES magnetospheric barium releases. //J.Geophys.Res. A 1992. V. 97, N A1. P. 11-24.
54. Ripin B.H., Huba J.D., McLean E.A., Manka C.K., Peyser T.A., Burris H.R., Grun J. Sub-Alfvénic plasma expansion. //Phys. Fluids B. 1993. Vol. B 5, N 10. P. 3491-3506.
55. Winske D. Short wavelength modes on expanding plasma clouds. //J.Geophys.Res.A.1988. Vol.93, N A4. P. 2539-2552.
56. Winske D. Development of flute modes on expanding plasma clouds. //Phys.Fluids B. 1989. Vol. B1, N 9. P. 1900-1910.
57. Huba J.D., Lyon J.G., Hassam A.B. Theory and simulation of the Rayleigh-Taylor instability in the limit of large Larmor radius. //Phys.Rev.Lett. 1987. Vol. 59, N 26. P. 2971-2974.
58. Huba J.D., Winske D. Rayleigh-Taylor instability: Comparison of hybrid and nonideal magnetohydrodynamic simulations. //Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5, N 6. P. 2305-2316.