

Раздел II МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Ильинский А.С., Галишникова Т.Н., Бережная И.В.

Характеристики отражения от волнистой границы раздела прозрачных сред

Данная работа посвящена вопросам математического исследования задач отражения электромагнитных волн от прозрачных сред с нерегулярной границей. Теоретическое исследование, математическое моделирование, построение прямых численных методов и проведение вычислительного эксперимента позволяют изучить процессы, проходящие при электромагнитном зондировании поверхности Земли. Представляет практический интерес разработать целую систему математических моделей, позволяющих проводить анализ поля отражения от неоднородной проводящей Земли с учетом явлений дифракции и интерференции волновых полей, обеспечивающих высокую точность моделирования и разумную трудоемкость, а также оценивать точность моделирования на последовательном анализе моделей возрастающей сложности.

Многими авторами проводились исследования для задач отражения поля плоской волны от идеально и хорошо проводящих сред с периодической волнистой границей (см., например [2] и приведенную там библиографию). В резонансном частотном диапазоне разработаны строгие методы для различных частных классов формы и свойств отражающих поверхностей. В настоящей работе исследуется математическая модель и проводится анализ рассчитанных характеристик отражения поля плоской электромагнитной волны от прозрачных сред с периодической волнистой границей и учетом реальных свойств этих поверхностей для случая E-поляризации.

Постановка задачи. Исследуем задачу дифракции поля плоской (трехмерной) электромагнитной волны на периодической прозрачной границе раздела двух сред. Для построения математической модели введем декартову систему координат x, y, z таким образом, чтобы ось z была параллельна цилиндрической образующей поверхности раздела, периодической в направлении оси x . Пусть среда над границей (область D_1) и под границей (область D_2) определяется диэлектрическими $\epsilon_{1,2}$ и магнитными $\mu_{1,2}$ проницаемостями соответственно. Волновые числа $k_{1,2} = \omega \sqrt{\epsilon_{1,2} \mu_{1,2}}$, ω - круговая частота. Будем предполагать, что ϵ_1 - действительное число. Зависимость от времени $\exp(-i\omega t)$.

Обозначим через $E_0(x, y, z)$, $H_0(x, y, z)$, падающее поле плоской волны вида

$$E_0(x, y, z) = E_0 \exp(-i\alpha_0 x - i\beta_0 y + i\gamma_0 z), \quad H_0(x, y, z) = \sqrt{\epsilon_1 / \mu_1} E_0(x, y, z), \quad (1)$$

$$\alpha_0 = k_1 \sin \varphi_0 \sin \vartheta_0, \quad \beta_0 = k_1 \sin \varphi_0 \cos \vartheta_0, \quad \gamma_0 = k_1 \cos \varphi_0; \quad (2)$$

здесь φ_0 - угол между осью Z и направлением распространения падающей

волны, ϑ_0 - угол между отрицательным направлением оси y и проекцией на плоскость $z=0$ направления распространения падающего поля, имеющего амплитуду E_0 .

Требуется найти решение однородной системы уравнений Максвелла в областях D_1 и D_2

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} H^{(1,2)}(x, y, z) + i\omega\varepsilon_{1,2} E^{(1,2)}(x, y, z) &= 0, \\ \operatorname{rot} E^{(1,2)}(x, y, z) - i\omega\mu_{1,2} H^{(1,2)}(x, y, z) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

с заданными граничными условиями на поверхности S , разделяющей области D_1 и D_2 . Отраженное поле должно удовлетворять условиям излучения.

Искомое электромагнитное поле должно удовлетворять условиям непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля при переходе через границу раздела сред, которые имеют вид

$$[n \times E^{(1)}(x, y, z)] = [n \times E^{(2)}(x, y, z)], \quad [n \times H^{(1)}(x, y, z)] = [n \times H^{(2)}(x, y, z)] \quad (4)$$

Метод исследования. Для решения поставленной краевой задачи (1)-(4) применим метод интегральных уравнений [2]. Учитывая геометрию структуры и характер падающего поля задачу дифракции во всем пространстве сведем к решению внутри одного периода, границу раздела в котором обозначим S_0 .

Будем искать в D_1 и D_2 полное электромагнитное поле, имеющее от z такую же зависимость, что и падающее поле, т.е. в виде (индекс указывает область, в которой ищется решение)

$$E^{(1,2)}(x, y, z) = E^{(1,2)}(x, y) \exp(i\gamma_0 z), \quad H^{(1,2)}(x, y, z) = H^{(1,2)}(x, y) \exp(i\gamma_0 z) \quad (5)$$

Тогда граничные условия (4) примут вид

$$H_z^{(1)} = H_z^{(2)},$$

$$-\frac{\omega\mu_1}{\beta_1^2} \frac{\partial H_z^{(1)}}{\partial n} + \frac{\gamma_0}{\beta_1^2} \frac{\partial E_z^{(1)}}{\partial \tau} = -\frac{\omega\mu_2}{\beta_2^2} \frac{\partial H_z^{(2)}}{\partial n} + \frac{\gamma_0}{\beta_2^2} \frac{\partial E_z^{(2)}}{\partial \tau},$$

$$\frac{\omega\varepsilon_1}{\beta_1^2} \frac{\partial E_z^{(1)}}{\partial n} + \frac{\gamma_0}{\beta_1^2} \frac{\partial H_z^{(1)}}{\partial \tau} = \frac{\omega\varepsilon_2}{\beta_2^2} \frac{\partial E_z^{(2)}}{\partial n} + \frac{\gamma_0}{\beta_2^2} \frac{\partial H_z^{(2)}}{\partial \tau}, \quad (6)$$

где $\frac{\partial}{\partial n} = n_x \frac{\partial}{\partial x} + n_y \frac{\partial}{\partial y}$, $\frac{\partial}{\partial \tau} = n_x \frac{\partial}{\partial y} - n_y \frac{\partial}{\partial x}$,

n_x, n_y - направляющие косинусы нормали \mathbf{n} , внешней к области

$$D_1, \beta_{1,2}^2 = k_{1,2}^2 - \gamma_0^2.$$

Проекции на ось z координат полей $E^{(1,2)}(x, y)$, $H^{(1,2)}(x, y)$ удовлетворяют однородным двумерным уравнениям Гельмгольца

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_{1,2}^2 - \gamma_0^2 \right) \begin{Bmatrix} E_z^{(1,2)}(x, y) \\ H_z^{(1,2)}(x, y) \end{Bmatrix} = 0 \quad (7)$$

с коэффициентами $(k_{1,2}^2 - \gamma_0^2)$.

Для получения интегральных уравнений используем формулы Грина и двумерные квазипериодические фундаментальные решения $g_{1,2}(M, P)$ для неоднородного уравнения Гельмгольца в областях D_1 и D_2 :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_{1,2}^2 - \gamma_0^2 \right) g_{1,2}(M, P) = -2\pi \delta(M, P). \quad (8)$$

Функции $g_{1,2}(M, P)$ определены во всем пространстве R^2 , удовлетворяют условиям излучения и имеют вид [3]:

$$g_{1,2}(M, P) = \frac{i\pi}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i\Lambda_n \Delta x) \exp(i\Gamma_n^{(1,2)} |\Delta y|)}{\Gamma_n^{(1,2)}},$$

$$\Lambda_n = (t + 2\pi n)/b, \quad \Gamma_n^{(1,2)} = \sqrt{k_{1,2}^2 - \gamma_0^2 - \Lambda_n^2}, \quad \text{Im} \Gamma_n^{(1,2)} > 0, \quad (9)$$

$$\text{Im} \Gamma_n^{(1,2)} = 0, \quad \text{Re} \Gamma_n^{(1,2)} > 0,$$

где b - период решетки,

$t = kb \sin \theta_0$, $M = (x_M, y_M)$, $P = (x_P, y_P)$, $\Delta x = x_M - x_P$, $\Delta y = y_M - y_P$.

Используя формулы Грина, квазипериодические фундаментальные решения $g_{1,2}(M, P)$ и учитывая свойства поверхностных потенциалов, получим систему четырех интегральных уравнений второго рода относительно неизвестных $u(P) = E_z^{(1)}(P)$, $v(P) = H_z^{(1)}(P)$, $\partial u(P)/\partial n$, $\partial v(P)/\partial n$ на одном периоде S_0 границы раздела S . Явный вид системы приведен в работе [1].

В случае, когда падающая плоская волна лежит в плоскости xy , т.е. $\gamma_0 = 0$, граничные условия (6) принимают более простой вид:

$$\begin{aligned} E_z^{(1)} &= E_z^{(2)}, & H_z^{(1)} &= H_z^{(2)}, \\ \frac{\partial E_z^{(1)}}{\partial n} &= \frac{\partial E_z^{(2)}}{\partial n}, & \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{\partial H_z^{(1)}}{\partial n} &= \frac{1}{\varepsilon_2} \frac{\partial H_z^{(2)}}{\partial n}, \end{aligned} \quad (10)$$

а система четырех интегральных уравнений распадается на две независимые системы относительно неизвестных $u(P)$, $\partial u(P)/\partial n$

и $v(P), \partial v(P)/\partial n$ на S_0 вида

$$\hat{u}(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_0} \left[\hat{u}(P) \frac{\partial}{\partial n_P} (g_2(M, P) - g_1(M, P)) + \frac{\partial \hat{u}(P)}{\partial n_P} (g_1(M, P) - \alpha g_2(M, P)) \right] ds_P + \hat{u}_0(M), \quad M \in S_0, \quad (11)$$

$$\frac{1}{2}(1+\alpha) \frac{\partial \hat{u}(M)}{\partial n} = \frac{1}{2\pi} \int_{S_0} \left[\hat{u}(P) \frac{\partial^2}{\partial n_M \partial n_P} (g_2(M, P) - g_1(M, P)) - \frac{\partial \hat{u}(P)}{\partial n_P} \frac{\partial}{\partial n_M} (\alpha g_2(M, P) - g_1(M, P)) \right] ds_P + \frac{\partial \hat{u}_0(M)}{\partial n_M}, \quad M \in S_0, \quad (12)$$

где $\alpha = 1$, $\hat{u}(P) = u(P) = E_z^{(1)}(P)$ для Е-поляризации или $\alpha = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$, $\hat{u}(P) = v(P) = H_z^{(1)}(P)$ для Н-поляризации, $\hat{u}_0(M)$ - падающее поле.

Систему интегральных уравнений (11)-(12) решаем сведением к системе линейных алгебраических уравнений. Для этого введем обозначения для ядер, входящих в полученную систему интегральных уравнений:

$$K^{11}(x_M, x_P) = \frac{\partial}{\partial n_P} (g_2(M, P) - g_1(M, P)) J(x_P), \quad (13)$$

$$K^{12}(x_M, x_P) = (g_1(M, P) - \alpha g_2(M, P)) J(x_P), \quad (14)$$

$$K^{21}(x_M, x_P) = \frac{\partial^2}{\partial n_M \partial n_P} (g_2(M, P) - g_1(M, P)) J(x_P), \quad (15)$$

$$K^{22}(x_M, x_P) = \frac{\partial}{\partial n_M} (\alpha g_2(M, P) - g_1(M, P)) J(x_P), \quad (16)$$

$$J(x) = \sqrt{1 + (f'(x))^2}.$$

Здесь $y = f(x)$ - уравнение контура S_0 на периоде $[0, b]$. Используя введенные обозначения (13)-(16), систему (11)-(12) можно записать в виде:

$$\hat{u}(x_M) - \frac{1}{2\pi} \int_0^b \left[K^{11}(x_M, x_P) \hat{u}(x_P) + K^{12}(x_M, x_P) \frac{\partial \hat{u}(x_P)}{\partial n_P} \right] ds_P = \hat{u}_0(x_M), \quad (17)$$

$$\frac{1}{2}(1+\alpha) \frac{\partial \hat{u}(x_M)}{\partial n} -$$

$$-\frac{1}{2\pi} \int_0^b \left[K^{21}(x_M, x_P) \hat{u}(x_P) - K^{22}(x_M, x_P) \frac{\partial \hat{u}(x_P)}{\partial n_P} \right] ds_P = \frac{\partial \hat{u}_0(x_M)}{\partial n}. \quad (18)$$

Для получения системы линейных алгебраических уравнений разобьем отрезок $[0, b]$ точками x_i на N равных частей, $x_0 = 0$, $x_N = b$, $x_i = ib/N$.

На отрезке $[x_j, x_{j+1}]$ неизвестные функции $\hat{u}(x_P)$, $\frac{\partial \hat{u}(x_P)}{\partial n}$ заменим

интерполяционными многочленами $\hat{u}_{j+1}(x_P)$, $\frac{\partial \hat{u}_{j+1}(x_P)}{\partial n}$ первой степени,

совпадающими с $\hat{u}(x_P)$, $\frac{\partial \hat{u}(x_P)}{\partial n}$ в точках x_j , x_{j+1} , вида

$$\hat{u}_{j+1}(x_P) = \hat{u}(x_j) + \frac{\hat{u}(x_{j+1}) - \hat{u}(x_j)}{x_{j+1} - x_j} (x_P - x_j) \quad (19)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_{j+1}(x_P)}{\partial n} = \frac{\partial \hat{u}(x_j)}{\partial n} + \frac{\frac{\partial \hat{u}(x_{j+1})}{\partial n} - \frac{\partial \hat{u}(x_j)}{\partial n}}{x_{j+1} - x_j} (x_P - x_j). \quad (20)$$

Полагая в (17)-(18) $x_M = x_i$, $i = 0, \dots, N$, и используя условие квазипериодичности искомого решения

$$\hat{u}(x_N) = \exp(it) \hat{u}(x_0), \quad \frac{\partial \hat{u}(x_N)}{\partial n} = \exp(it) \frac{\partial \hat{u}(x_0)}{\partial n}, \quad t = k_1 b \sin \vartheta_0,$$

получим следующую систему линейных алгебраических уравнений относительно

неизвестных $\hat{u}(x_i)$, $\frac{\partial \hat{u}(x_i)}{\partial n}$, $i = 0, \dots, N-1$:

$$AX = F, \quad (21)$$

где A - четырехклеточная матрица размерности $2N$,

$X = \left\{ \hat{u}(x_0), \dots, \hat{u}(x_{N-1}), \frac{\partial \hat{u}(x_0)}{\partial n}, \dots, \frac{\partial \hat{u}(x_{N-1})}{\partial n} \right\}$ - неизвестный вектор размерности

$2N$, а $F = \left\{ \hat{u}_0(x_0), \dots, \hat{u}_0(x_{N-1}), \frac{\partial \hat{u}_0(x_0)}{\partial n}, \dots, \frac{\partial \hat{u}_0(x_{N-1})}{\partial n} \right\}$ - заданный

вектор размерности $2N$, определяемый падающим полем.

Матрица A имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} K^{11} & K^{12} \\ K^{21} & K^{22} \end{pmatrix}, \quad (22)$$

элементы которой определяются ядрами (13)-(16).

Известно, что функции Грина (9) ($\gamma_0 = 0$) имеют логарифмическую особенность при совпадении аргументов. Ядро (14) при Е-поляризации ($\alpha = 1$) особенности не имеет, при Н-поляризации ($\alpha = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$) имеет логарифмическую особенность. Ядра (13), (16) особенности не имеют и в точках совпадения аргументов могут быть доопределены значением кривизны контура так, что полученные при этом функции будут непрерывны, однако соответствующие ряды будут сходиться плохо, поэтому необходим алгоритм эффективного вычисления нормальных производных функций Грина. Ядро (15), выражающееся через вторые нормальные производные функций Грина, имеет особенность типа $-\frac{1}{2}(k_2^2 - k_1^2) \ln(r_{MP})$. Поэтому для вычисления всех элементов

матрицы A построены расчетные алгоритмы, основанные на улучшении сходимости входящих в ядра рядов и выделении логарифмической особенности в явном виде. При этом элементы матрицы, содержащие интегралы по отрезкам $[x_j, x_{j+1}]$ от рядов, вычисляются по квадратурным формулам Симпсона по заданному количеству узлов, а сами ряды вычисляются с наперед заданной точностью *eps*. Интегралы, содержащие выделенную в явном виде логарифмическую особенность, вычисляются аналитически.

Численные результаты. Разработанный численный алгоритм позволяет исследовать интегральные характеристики отраженного поля и распределение наводимого на элементах решетки тока.

Проведены численные исследования для задачи дифракции Е-поляризованной плоской двумерной волны ($\gamma_0 = 0$), падающей на бесконечную прозрачную периодическую границу раздела двух сред. Расчеты проведены как для различных значений электродинамических параметров, характеризующих отражающую среду, так и для различных частот и углов падения плоской волны. Исследованы зависимости коэффициентов отражения электромагнитного поля от угла падения плоской волны в диапазоне $0^\circ \leq \vartheta_0 \leq 89^\circ$, при этом параметр k_1 выбирался таким образом, чтобы отраженное поле имело как одно- так многоволновый характер. В окрестности критических углов, при переходе через которые происходит перераспределение отраженного поля по гармоникам, исследовано распределение наводимых на элементах решетки токов. Но первоначально проводилось детальное исследование точности разработанного алгоритма в зависимости от расчетных параметров (порядка решаемой системы, точности вычисления интегралов по квадратурным формулам Симпсона, точности суммирования входящих в ядра рядов) с целью установления их оптимальных значений для проведения вычислительных экспериментов и получения выходных результатов с необходимой точностью.

Приведенные ниже численные расчеты выполнены для случая, когда

период решетки $b = 2\pi$, контур S_0 задавался формулой $f(x) = 1 - \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\varepsilon_1 = 1$.

Для нормального падения плоской волны ($\vartheta_0 = 0$) и различных значениях k_1 исследовано поведение функции $|u(P)|$ на контуре S_0 при $0 \leq x \leq 2\pi$ в зависимости от N - порядка решаемой системы (21). Для $k_1 = 0.75$, $\varepsilon_2 = 50 + 4i$ на рис. 1 кривая 1 рассчитана при $N = 40$, кривая 2 - при $N = 60$.

Возьмем $\varepsilon_2 = 36 + 4i$. На рис. 2 и 3 соответственно для $k_1 = 1.75$ и $k_1 = 2.75$ приведены результаты расчетов для $N = 40$ (на обоих рисунках кривые 1), для $N = 60$ - (кривые 2) и для $N = 80$ - (кривые 3). Результаты исследований, приведенные на рис. 1-3 показывают, что с увеличением частоты k_1 необходимо увеличивать порядок решаемой системы (21).

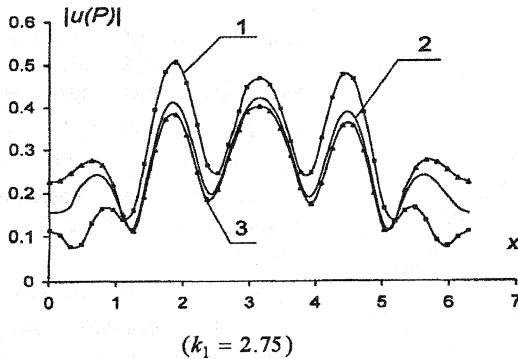
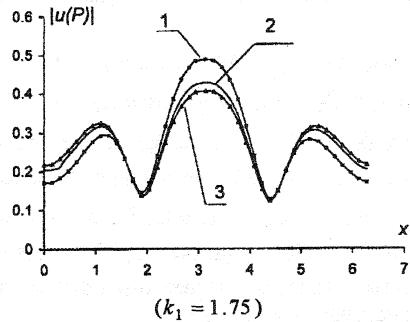
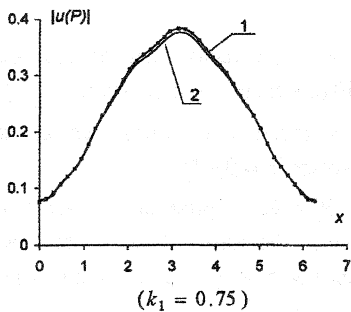
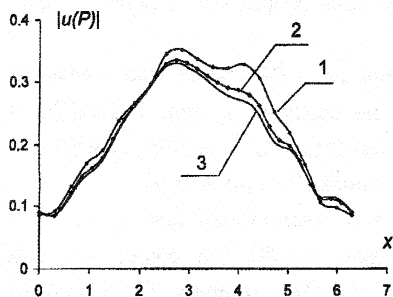
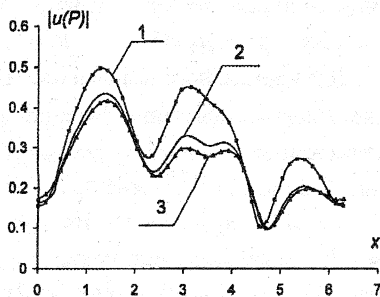


Рис. 1, 2, 3. Зависимость $|u(P)|$ от порядка системы для нормального падения плоской волны

Такая тенденция сохраняется и для наклонного падения плоской волны.



($k_1 = 0.75; \vartheta_0 = 22^\circ$)



($k_1 = 1.75; \vartheta_0 = 20^\circ$)

Рис. 4, 5. Зависимость $|u(P)|$ от порядка системы для наклонного падения плоской волны

На рис. 4 для $k_1 = 0.75$, $\varepsilon_2 = 50 + 0 \cdot i$ и $\vartheta_0 = 22^\circ$ приведены наводимые на контуре S_0 токи, полученные при $N = 20, 30, 40$ (соответственно кривые 1, 2, 3). Угол $\vartheta_0 = 22^\circ$ взят из соображений, что под этим углом от решетки отражается поле, содержащее 2 распространяющиеся гармоники ($n = 0, -1$).

На рис. 5 при $k_1 = 1.75$, $\varepsilon_2 = 36 + 4i$ и $\vartheta_0 = 20^\circ$ приведены токи для $N = 40, 60, 80$ (кривые 1, 2, 3 соответственно). Заметим, что в данном рассматриваемом случае отраженное поле содержит 4 распространяющихся гармоники ($n = 0, \pm 1, -2$).

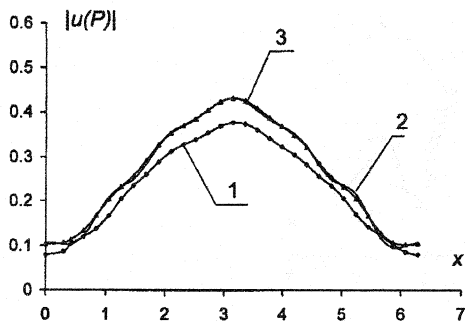


Рис. 6. Зависимость $|u(P)|$ от диэлектрической проницаемости отражающей среды

Для различных значений диэлектрической проницаемости отражающей среды D_2 на рис. 6 при $k_1 = 0.75$, $\vartheta_0 = 0$, $N = 60$ приведены значения распределения токов. Кривые 1, 2, 3 соответствуют $\varepsilon_2 = 50 + 4i$; $\varepsilon_2 = 36 + 0 \cdot i$; $\varepsilon_2 = 36 + 4i$.

От значений $\text{Im } \varepsilon_2$ величины токов практически не зависят (кривые 2 и 3 практически совпадают).

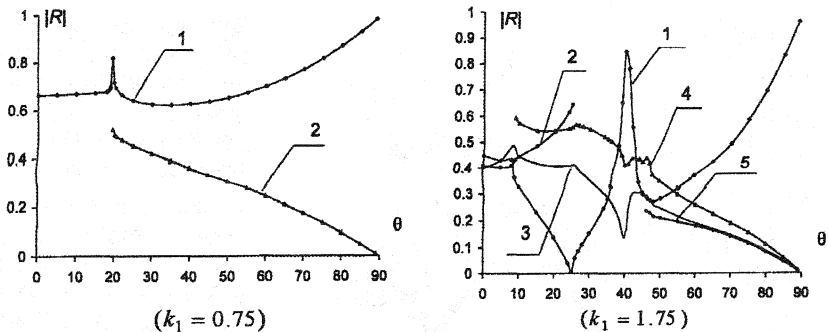


Рис. 7,8. Зависимость коэффициентов отражения от угла падения плоской волны

На рис. 7 исследована зависимость коэффициентов отражения от угла падения плоской волны. Расчеты проводились для $k_1 = 0.75$, $\varepsilon_2 = 50 + 4i$, $N = 40$.

В этом случае при $\vartheta_0 \in [0^\circ; \vartheta_{kp,1})$ отраженное поле содержит одну распространяющуюся нулевую гармонику, при $\vartheta_0 \in (\vartheta_{kp,1}; 90^\circ)$ распространяются две гармоники ($n = 0, -1$). Угол $\vartheta_{kp} = \arcsin(1/3)$, $19^\circ < \vartheta_{kp} < 20^\circ$. Вблизи ϑ_{kp} наблюдается резкое изменение значений амплитуды нулевой гармоники поля.

На рис. 8 исследована также частотная зависимость коэффициентов отражения от угла падения плоской волны для $k_1 = 1.75$. В отличие от результатов, приведенных на рис.7, для рассматриваемого значения частоты распределение отраженного поля по гармоникам изменяется при переходе через 3 критических угла:

$$\vartheta_{kp,1} = \arcsin(1/7) \approx 8^\circ 12'', \quad \vartheta_{kp,2} = \arcsin(3/7) \approx 25^\circ 21'', \quad \vartheta_{kp,3} = \arcsin(5/7) \approx 45^\circ 35''.$$

В диапазоне $\vartheta_0 \in [0^\circ; \vartheta_{kp,1})$ отраженное поле содержит 3 распространяющиеся гармоники ($n = 0, \pm 1$); в диапазоне $\vartheta_0 \in (\vartheta_{kp,1}; \vartheta_{kp,2})$ содержит 4 распространяющихся гармоники ($n = 0, \pm 1, -2$); в диапазоне $\vartheta_0 \in (\vartheta_{kp,2}; \vartheta_{kp,3})$ содержит 3 распространяющихся гармоники ($n = 0, -1, -2$) и наконец при $\vartheta_0 \in (\vartheta_{kp,3}; 90^\circ)$ распространяются 4 гармоники ($n = 0, -1, -2, -3$).

Приведенные на рис. 8 численные результаты получены для $\varepsilon_2 = 36 + 4i$ при $N = 80$. Кривые 1,2,3,4,5 соответствуют $|R_i|$, $i = 0, 1, -1, -2, -3$, где R_i - амплитуда коэффициента отражения. Как и ожидалось, вблизи критических углов плавный характер полученных кривых нарушается. Максимальное значение нулевой гармоники достигается при угле в 40° (не считая угла скольжения), а минимальное - при 25° .

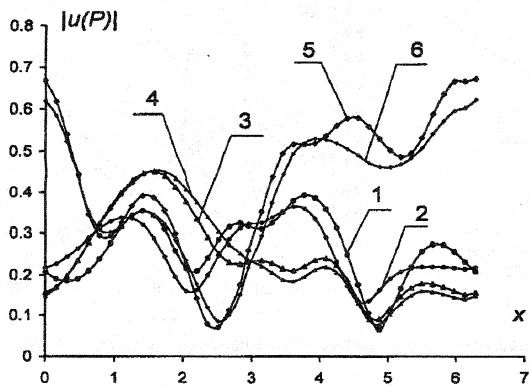


Рис. 9. Изменение распределения наводимых токов при переходе через критические углы

Для тех же значений расчетных параметров, что и на рис. 8, на рис. 9 представлено изменение поведения тока при переходе через $\mathcal{G}_{кр}$. Кривые 1 и 2 соответствуют токам, когда плоская волна падает под углом до и после $\mathcal{G}_{кр,1}$, т.е. $\mathcal{G}_0 = 8^\circ; 9^\circ$, кривые 3 и 4, 5 и 6 соответствуют углам падения плоской волны

до и после $\mathcal{G}_{кр,2}$ и $\mathcal{G}_{кр,3}$, т.е. $\mathcal{G}_0 = 25^\circ; 26^\circ$ и $\mathcal{G}_0 = 45^\circ; 46^\circ$. Изменение угла падения на один градус в окрестности критических углов дает заметное изменение тока.

Результаты приведенных численных исследований показывают, что расчеты можно проводить в достаточно широком диапазоне изменения электродинамических параметров. Разработанный программный продукт можно использовать для оценки точности расчетов, получаемых с помощью других приближенных методов, например, для идеально проводящих или импедансных волнистых границ раздела сред. Полученные результаты позволят провести сравнение различных приближенных методов и определить границы изменения электродинамических параметров, в пределах которых оптимально использовать ту или иную математическую модель.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований (проект № 99-02-16972) и межвузовской научной программы "Университеты России – фундаментальные исследования" (проект № 5030).

Литература.

1. Ильинский А.С., Галишникова Т.Н. Математическое моделирование процесса отражения плоской электромагнитной волны от волнистой поверхности // Радиотехника и электроника, 1999, т. 44, № 7. С. 773-786.
2. Галишникова Т.Н., Ильинский А.С. Рассеяние плоской волны на волнистой поверхности // Математические модели естествознания. М.: Изд-во МГУ, 1995. С. 86-111.
3. Галишникова Т.Н., Ильинский А.С. Численные методы в задачах дифракции // М.: Изд-во МГУ. 1987. 288 с.