

Т.М. Лысак, В.А. Трофимов

О ВОЗМОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ВЫСОКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГВГ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ СЛУЧАЙНОЙ ПИКОВОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ.¹ ЧАСТЬ I. ЭФФЕКТИВНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКНАХ

1. Введение

Проблема высокоэффективной генерации второй гармоники (ГВГ) фемтосекундными импульсами остается актуальной, несмотря на усилия многих авторов [1-22]. Причина заключается в проявлении самовоздействия волн, вызванного кубичной нелинейностью среды, действие которого для фемтосекундных импульсов становится сравнимым с действием квадратичной нелинейности. Еще одна нерешенная задача состоит в достижении высокой эффективности конверсии частоты лазера, работающего в режиме свободной генерации. В этом случае оптическое излучение представляет собой последовательность отдельных импульсов различной максимальной интенсивности, длительности и энергии. Наличие различных параметров отдельных импульсов приводит к тому, что измеряемая на выходе из среды средняя эффективность конверсии частоты может существенно отличаться от эффективности преобразования для отдельного субимпульса, так как для каждого из последовательности лазерных импульсов имеет место своя дисперсионная и нелинейная длины, от которых и зависит эффективность преобразования частоты. Кроме того, значительный разброс значений эффективности для отдельных импульсов в их последовательности приводит к значительному среднеквадратичному отклонению от среднего значения. В результате, даже в условиях отсутствия самовоздействия и при наличии фазового и группового синхронизмов значение эффективности преобразования на выходе из среды может сильно зависеть от импульса.

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 05-01-00507 и № 06-01-08006-офи).

Проблема усложняется в случае сильного самовоздействия импульсов. Как известно, сильное самовоздействие, характерное для распространения высокоинтенсивных фемтосекундных лазерных импульсов, и является основной причиной низкой эффективности преобразования частоты в условиях фазового и группового синхронизма. Вместе с тем, при соблюдении некоторых условий возможно добиться 60%-80% эффективности преобразования энергии в случае удвоения частоты в оптических волокнах [23-28]. В частности, в работах [27,28] показано, что при соблюдении ряда условий отказ от фазового и группового синхронизмов позволяет на порядок увеличить эффективность преобразования. Однако наличие разброса в значениях пиковой интенсивности отдельных лазерных импульсов может приводить к нарушению условий высокоэффективной генерации для части из их последовательности. В результате, возможно существенное снижение среднего значения эффективности преобразования при значительном среднеквадратичном отклонении.

В настоящей работе исследуется возможность уменьшения флуктуаций интенсивности последовательности фемтосекундных импульсов фиксированной энергии. Достижение этого позволит затем реализовать конверсию частоты последовательности импульсов примерно в равных условиях. Значения пиковой интенсивности задаются случайным образом с равномерной плотностью распределения в пределах некоторого отрезка.

В этой части работы рассмотрим распространение световых импульсов в оптическом волокне с квадратичной и кубической нелинейностью. Исследуется влияние неравенства максимальных интенсивностей и длительностей отдельных импульсов последовательности лазерных импульсов на величину средней эффективности ГВГ и среднеквадратичного отклонения как в отсутствие самовоздействия, так и в условиях сильного самовоздействия. Анализируется также влияние дисперсии второго порядка на рассматриваемые процессы. При этом показано, что на заданной длине среды оказывается возможным существенно повысить среднюю эффективность генерации при одновременном уменьшении среднеквадратичного отклонения за счет одновременного введения самовоздействия и фазовой расстройки.

2. Основные уравнения

Система безразмерных уравнений, описывающая процесс ГВГ фемтосекундным импульсом с учетом его самовоздействия в оптическом волокне, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + iD_1 \frac{\partial^2 A_1}{\partial \eta^2} + i\gamma A_1^* A_2 e^{-i\Delta k z} + i\alpha A_1 (|A_1|^2 + 2|A_2|^2) = 0,$$

$$0 < z \leq L_z, 0 < \eta < L_t,$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \nu \frac{\partial A_2}{\partial \eta} + iD_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial \eta^2} + i\gamma A_1^2 e^{i\Delta k z} + i2\alpha A_2 (2|A_1|^2 + |A_2|^2) = 0.$$

Здесь η – безразмерное время в сопровождающей импульс основной волны системе координат, z – нормированная продольная координата,

$D_j \sim -0.5 \frac{\partial^2 \bar{k}_j}{\partial \bar{\omega}_j^2}$ – коэффициенты, характеризующие дисперсию

групповых скоростей ($j=1,2$), \bar{k}_j , $\bar{\omega}_j$ – соответственно размерное волновое число и частота j волны, γ – коэффициент нелинейной связи взаимодействующих волн, $\Delta k = k_2 - 2k_1$ безразмерная расстройка их волновых чисел, α – коэффициент самовоздействия волн, A_j – комплексные амплитуды гармоник ($j=1,2$), нормированные на максимальную амплитуду первой гармоники в начальном сечении среды ($z=0$). Параметр $\nu = \nu_2 - \nu_1$ характеризует расстройку групповых скоростей ВГ и основной частоты на дисперсионной длине волны основной гармоники. L_z – длина нелинейной среды, измеряемая в единицах соответствующей дисперсионной длины, L_t – безразмерное время, в течение которого анализируется рассматриваемый процесс.

При анализе распространения последовательности фемтосекундных импульсов заданной энергии рассматриваются импульсы, различающиеся значениями входной пиковой интенсивности $I_{1,j}^0 = (A_{1,j}^0)^2$ (где $j = \overline{1, N}$, N – число импульсов в последовательности) и их длительности τ_j . Значения входных амплитуд $A_{1,j}^0$ различных импульсов удовлетворяют случайному распределению на отрезке $[A_{10}(1-\delta), A_{10}(1+\delta)]$, где параметры A_{10} и δ характеризуют среднее значение и модуль относительного отклонения. При этом величина пиковой интенсивности и длительности импульса для всех импульсов в последовательности удовлетворяют условию сохранения энергии в отдельном импульсе:

$$E_0 = \int_0^{L_t} |A_{1,j}|^2 d\eta = const,$$

Откуда, в частности, для рассматриваемой в данной работе начальной формы импульсов в виде

$$A_{1,j}^0(\eta) = A_{1,j}^0 e^{-2 \ln 2 \left(\frac{\eta - \eta_0}{\tau_j} \right)^2}, \quad \eta_0 = L_t / 2 \quad (1)$$

следует связь между входной амплитудой и длительностью τ_j отдельного импульса в виде:

$$E_0 = \int_0^{L_t} |A_{1,j}|^2 d\eta = (A_{1,j}^0)^2 \int_0^{L_t} e^{-4 \ln 2 \left(\frac{\eta - \eta_0}{\tau_j} \right)^2} d\eta = (A_{1,j}^0)^2 \tau_j \int_0^{\tau_j} e^{-4 \ln 2 (\eta - \eta_0 / \tau_j)^2} d\eta$$

или

$$(A_{1,j}^0)^2 \tau_j = (A_{1,0}^0)^2 \tau = \widehat{E}_0 = \frac{E_0}{\int_0^{\tau} e^{-4 \ln 2 (\eta - \eta_0 / \tau)^2} d\eta}$$

Таким образом, на входе в нелинейную среду задаются начальные распределения импульсов вида

$$A_1(z=0, \eta) = A_{1,j}^0(\eta), \quad A_2(z=0, \eta) = 0.$$

В дальнейшем полагаем, что генерация второй гармоники происходит в условиях группового синхронизма ($\nu = 0$).

Эффективность преобразования энергии волны основной частоты в энергию волны второй гармоники для j -ой реализации оцениваем с помощью энергетического критерия

$$\theta_j(z) = \frac{\int_0^{L_t} |A_{2,j}(z, \eta)|^2 d\eta}{\int_0^{L_t} |A_{1,j}^0(\eta)|^2 d\eta}.$$

Соответствующие средние значения эффективности, среднее квадратичное отклонение и среднее абсолютное отклонение вычисляются по формулам

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_{j=1}^N \theta_j}{N}, \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (\theta_j - \bar{\theta})^2}{N}}, \quad |\Delta\theta| = \frac{\sum_{j=1}^N |\theta_j - \bar{\theta}|}{N},$$

которые представляют интерес для практики.

3. Результаты компьютерного моделирования

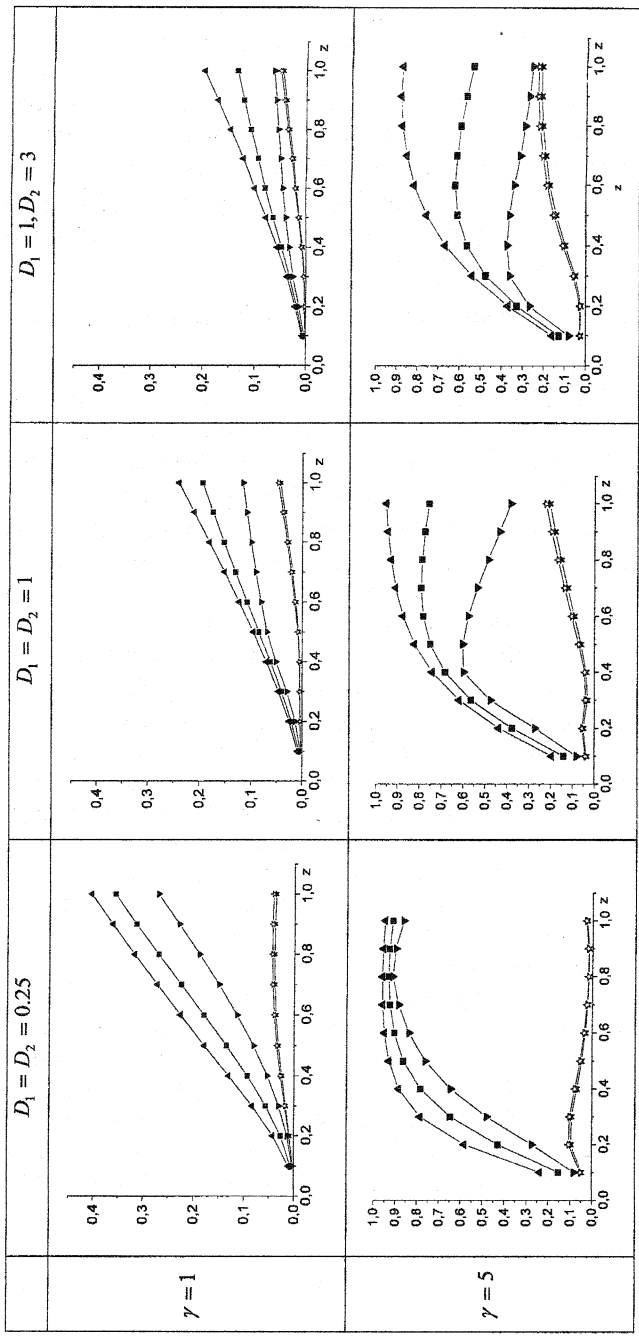
Компьютерное моделирование эффективности ГВГ для набора импульсов со случайной амплитудой и имеющих одинаковую энергию $\bar{E}_0 = 1$ в случае среднего значения начальной пиковой амплитуды $A_{10} = 1$ и средней длительности $\tau = 1$, проводилось как для условий отсутствия самовоздействия и фазового синхронизма, так и в условиях сильного самовоздействия и фазовой расстройки.

3.1. Фазовый синхронизм и отсутствие самовоздействия

В настоящем пункте приводятся результаты компьютерного моделирования эффективности ГВГ в условиях отсутствия самовоздействия ($\alpha = 0$) и фазового синхронизма ($\Delta k = 0$). Оно проводилось на длине среды $z = 1$ для $\gamma = 1, 5, 10$ и 20 , характеризующего квадратичную нелинейность, и дисперсии второго порядка (D_1, D_2) равной: $(0.25, 0.25)$; $(1, 1)$; $(1, 3)$. Флуктуации входных амплитуд составляли 30%, 20% и 10% ($\delta = 0.3, 0.2$ и 0.1 , соответственно). Число N импульсов в последовательности выбиралось равным 50. Результаты компьютерного моделирования представлены на рис.1-3.

В случае малого значения параметра квадратичной нелинейности γ (например, $\gamma = 1$) эффективность может не достигать своего максимального значения на длине среды. Тогда как увеличение квадратичной нелинейности приводит к тому, что максимальная эффективность для каждого из импульсов последовательности достигается во внутреннем сечении среды (рис.1). При этом рост дисперсии приводит к уменьшению эффективности генерации после достижения максимального значения. Величина максимально достижимой эффективности генерации также уменьшается с увеличением дисперсии (рис.1).

Увеличение параметра квадратичной нелинейности γ смещает сечение достижения максимальной эффективности внутрь рассматриваемой среды для всех импульсов последовательности. Таким образом, во внутреннем сечении среды возможно достижение среднего значения эффективности порядка 80-90%. Среднеквадратичные отклонения, однако, при этом может колебаться от 10% до 1.5%. При фиксированном значении квадратичной нелинейности можно достичь уменьшения флуктуации эффективности с помощью выбора значений дисперсии второго порядка.



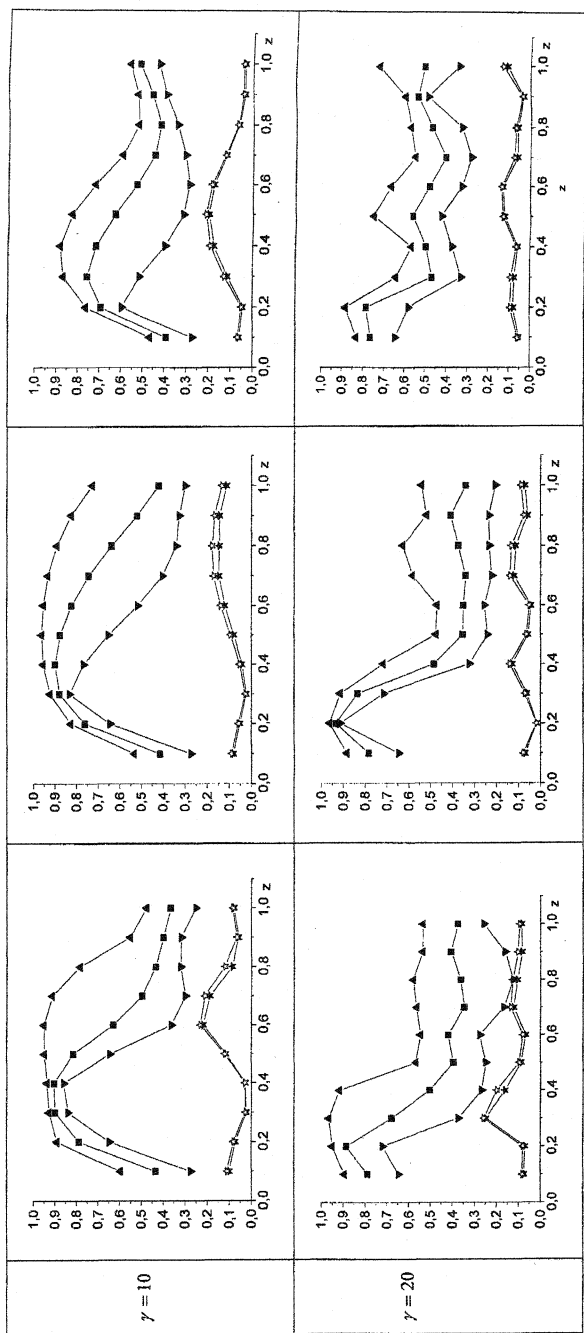
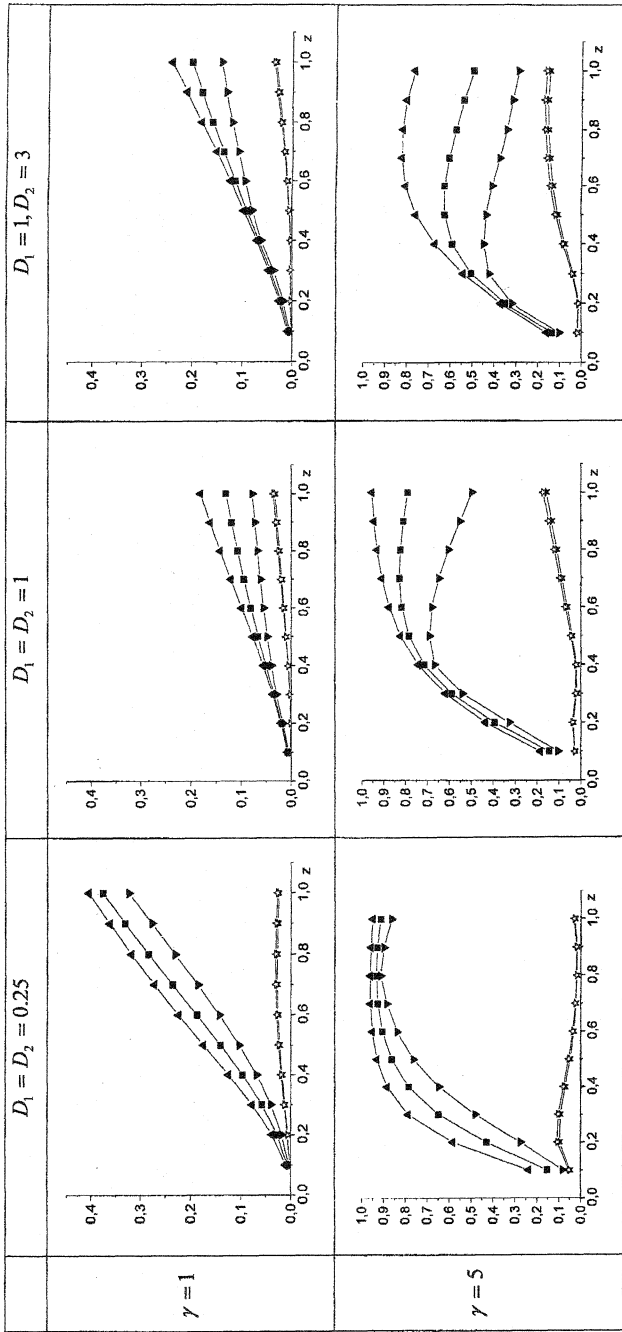


Рис.1. Зависимость эволюции среднего θ (квадраты), максимальной (треугольники вверх) и минимальной (треугольники вниз) эффективности ГВГ, а также среднеквадратичного σ (звездочки полые) и среднего абсолютного $|\Delta\theta|$ (звездочки закрашенные) от коэффициента нелинейной связи u и дисперсий второго порядка D_1 и D_2 при флуктуациях входной амплитуды в пределах 30% ($\delta = 0.3$).



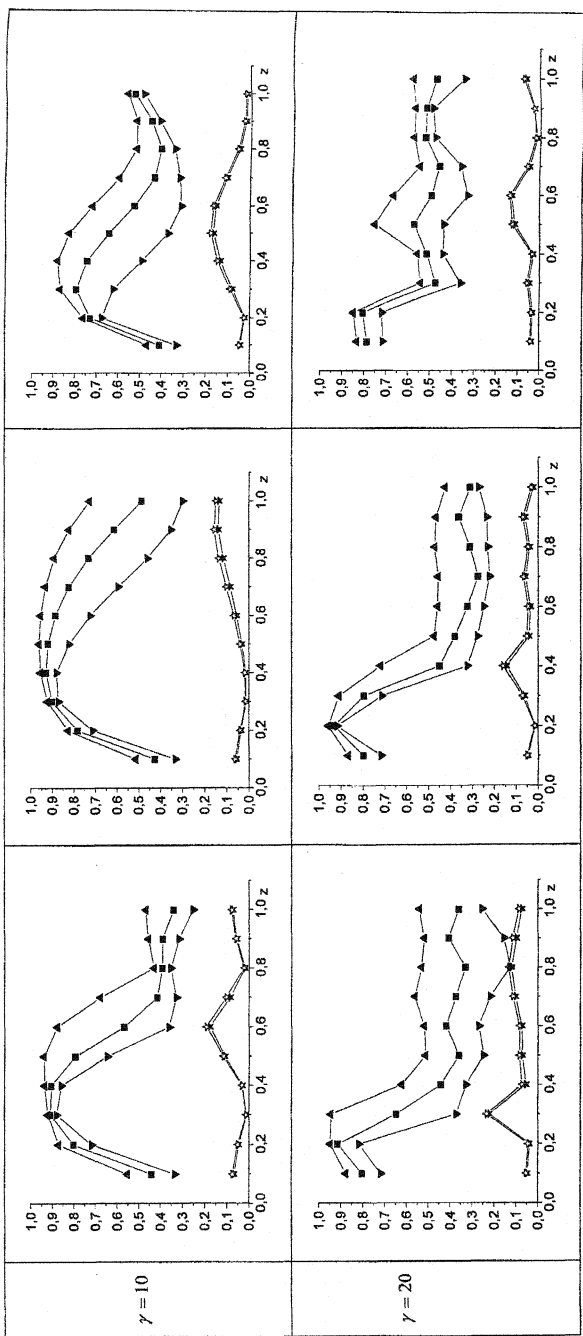
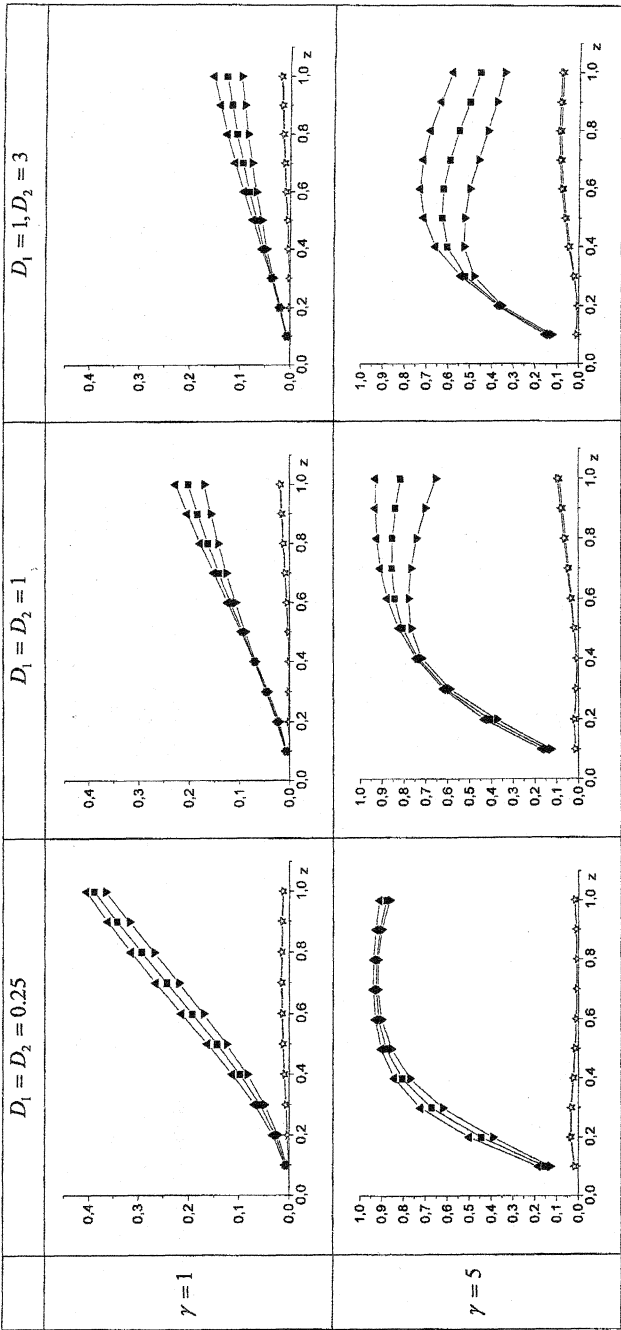


Рис. 2. Зависимость эволюции среднего $\bar{\theta}$ (квадраты), максимальной (треугольники вверх) и минимальной (треугольники вниз) эффективности ГВГ, а также среднеквадратичного σ (звездочки полые) и среднего абсолютного $|\Delta\theta|$ (звездочки закрашенные) от коэффициента нелинейной связи γ и дисперсий второго порядка D_1 и D_2 при флуктуациях входной амплитуды в пределах 20% ($\delta = 0.2$).



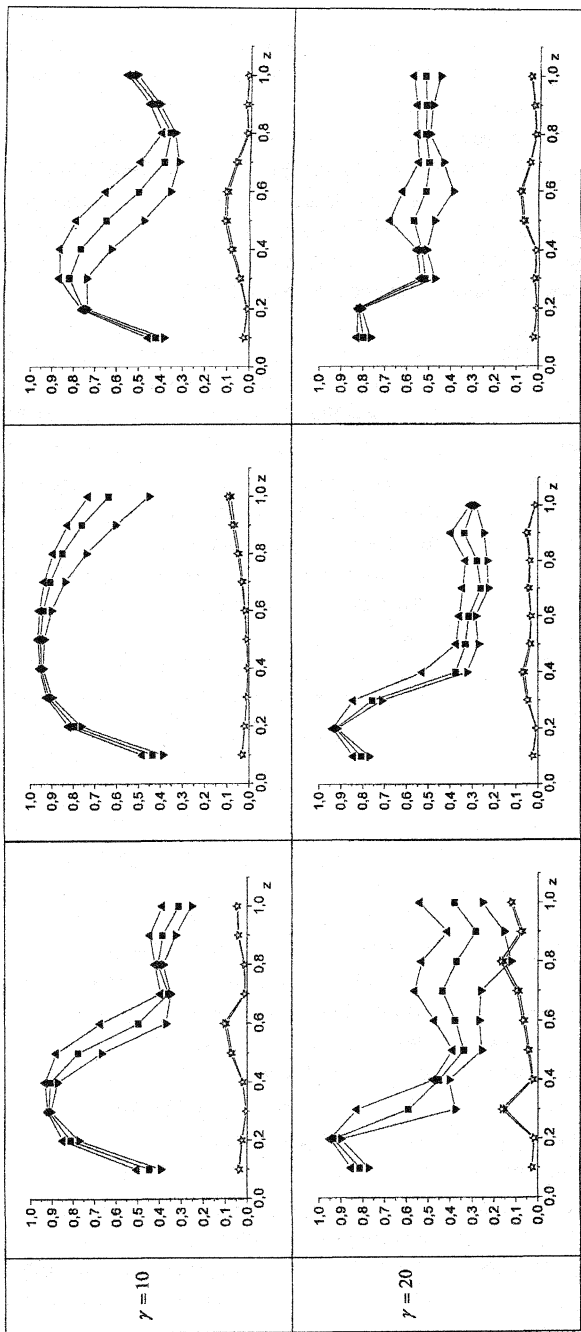


Рис.3. Зависимость эволюции среднего $\bar{\theta}$ (квадраты), максимальной (треугольники вверх) и минимальной (треугольники вниз) эффективности ГВГ, а также среднеквадратичного σ (звездочки полые) и среднего абсолютного $|\Delta\theta|$ (звездочки закрашенные) от коэффициента нелинейной связи γ и дисперсий второго порядка D_1 и D_2 при флуктуациях входной амплитуды в пределах 10% ($\delta = 0.1$).

В случае необходимости достижения большой средней эффективности генерации в заданном сечении среды необходимо подбирать соответствующим образом оба параметра.

Рассмотрим результаты компьютерного моделирования подробнее.

По мере увеличения параметра γ , характеризующего квадратичную нелинейность, от 5 до 20 на заданной длине среды $z=1$ происходит увеличение максимального значения эффективности как для отдельных импульсов в последовательности, так и для среднего значения, при этом сечение достижения максимальной эффективности смещается в сторону входного сечения.

При 30% флуктуации входной амплитуды максимум среднего значения эффективности достигается во внутренних точках среды для значений $\gamma=(5,10,20)$ (Рис.1). При этом величина максимума практически совпадает для случаев $\gamma=5$, $D_1=D_2=0.25$ и $\gamma=20$, $D_1=D_2=1$ и составляла $\sim 93\%$. Достижение максимума в этих двух случаях сопровождалось также минимальными значениями среднеквадратичного и среднего абсолютного отклонения (1.8%). При этом, если для первого набора параметров максимум среднего значения достигался вблизи выходного сечения среды ($z=0.8$), то для второго набора параметров – в окрестности входного сечения ($z=0.2$).

Увеличение значения γ от 5 до 20 при неизменной малой ($D_1=D_2=0.25$) дисперсии второго порядка приводит к смещению сечения достижения максимума средней эффективности от выходного к входному сечению (от $z=0.8$ до $z=0.2$) и незначительному уменьшению величины этого максимума с 0.93 до 0.87. При этом сохраняется совпадение максимума средней эффективности и минимумов среднеквадратичного и среднего абсолютного отклонений.

Иная закономерность наблюдается при увеличении дисперсии второго порядка для $\gamma=5$ и $\gamma=10$. В этом случае достижение максимума средней эффективности сопровождается увеличением среднеквадратичного и среднего абсолютного отклонений. Значение максимума уменьшается с увеличением дисперсии второго порядка тем сильнее, чем меньше значение γ (от 0.93 до 6.2 для $\gamma=5$ и от 0.9 до 7.6 для $\gamma=10$). При этом сечение достижения максимума также смещается в сторону входного сечения тем сильнее, чем больше значение γ .

Увеличение дисперсии второго порядка для $\gamma=20$ приводит к незначительному изменению максимума средней эффективности, также как и незначительному смещению сечения достижения этого максимума. При этом, как уже отмечалось, увеличение дисперсии от значения $D_1=D_2=0.25$ до $D_1=D_2=1$ приводит к достижению наибольшего

значения максимума средней эффективности (~93%) и минимальным среднеквадратичному и среднему абсолютному отклонениям (1.8%).

Увеличение значения γ от 5 до 20 при средних значениях ($D_1 = D_2 = 1$ и $D_1 = 1, D_2 = 3$) дисперсии второго порядка приводит к заметному увеличению максимума средней эффективности (с 0.79 до 0.93 и с 0.62 до 0.78, соответственно) при уменьшении значений среднеквадратичных и средних абсолютных отклонений (от 4% до 1.8% и от 15% до 9%, соответственно).

Для $\gamma=1$ максимальное значение средней эффективности достигается на выходе из среды для всех рассмотренных значений дисперсии второго порядка, причем наблюдается уменьшение максимального значения с увеличением дисперсии от 0.35 до 0.13. При этом значения среднеквадратичных и средних абсолютных отклонений практически не зависят от дисперсии второго порядка и составляют ~3.5-5%.

Таким образом, в условиях группового и фазового синхронизма и отсутствие самовоздействия выбором значения параметра квадратичной нелинейности и дисперсии второго порядка (длительности импульса) можно добиться высокой (~93%) эффективности ГВГ при малых (~1-2%) среднеквадратичных и средних абсолютных отклонениях в любом сечении среды.

Уменьшение относительного отклонения пикового значения входной амплитуды с 30% до 20% (Рис.2), и далее, до 10% (Рис.3) приводит к заметному уменьшению среднеквадратичных и средних абсолютных отклонений. Кроме того, наблюдается незначительное увеличение максимального значения средней эффективности и смещение сечений достижения максимума средней эффективности. Так, для $\gamma=10$ и $D_1 = D_2 = 0.25$ сечение достижения максимума смещается с $z = 0.4$ до $z = 0.3$ при незначительном увеличении максимального значения средней эффективности. Более выраженное увеличение максимума (с 0.9 до 0.95) наблюдается при увеличении дисперсии до $D_1 = D_2 = 1$, при этом резко уменьшается среднеквадратичное и среднее абсолютное отклонение (с ~5% до 0.7%).

3.2. ГВГ в условиях самовоздействия и фазовой расстройки

Наличие самовоздействия в условиях фазового синхронизма приводит к уменьшению эффективности конверсии частоты. И эта закономерность имеет место для всех импульсов в последовательности. Таким образом, наблюдается уменьшение и среднего значения эффективности. Вместе с тем, как показано в [27-28], отказ от фазового

синхронизма при определенных условиях может привести к значительному росту эффективности. Однако указанные условия роста в большинстве случаев невозможно удовлетворить для всех импульсов в последовательности, в результате чего наблюдается значительное уменьшение среднего значения эффективности по сравнению с эффективностью для отдельных импульсов. Вместе с тем в ряде случаев отказ от фазового синхронизма в условиях сильного самовоздействия позволяет добиться существенного роста средней эффективности (до 37%) при незначительном среднеквадратичном отклонении. Проведенные численные расчеты подтверждают приведенные выводы.

Исследование возможности повышения эффективности генерации в условиях самовоздействия и фазовой расстройки проводилось для $\gamma=1$ и $D_1=1$, $D_2=3$ и флуктуации входной амплитуды 30% ($\delta=0.3$). Компьютерное моделирование проводилось на длине среды $z=5$. Результаты компьютерного моделирования представлены на рис.4.

Выбор указанных значений дисперсии второго порядка обусловлен ее влиянием на снижение эффективности генерации. В частности, при выбранных значениях параметров в отсутствие самовоздействия и в условиях фазового синхронизма среднее значение эффективности генерации на длине среды $z=5$ возрастает лишь до 23% по сравнению в 13% в сечении $z=1$, при этом растет и среднеквадратичное и среднее абсолютное отклонения (с 5% до 11%).

Рост самовоздействия в условиях фазового синхронизма приводит к росту среднего значения эффективности, достигая 46% при 25% среднеквадратичного отклонения при $\alpha=3$ и уменьшаясь при дальнейшем увеличении самовоздействия. Отметим при этом, что в сечении $z=1$ при $\alpha=4$ среднее значение эффективности (16%) несколько превосходит величину, получаемую в условиях отсутствия самовоздействия (13%), причем среднеквадратичное отклонение в два раза меньше (2.4% против 5%).

Наличие фазовой расстройки приводит к смещению сечения достижения максимума средней эффективности в сторону входного сечения, а также, в ряде случаев, к существенному увеличению среднего значения эффективности конверсии частоты.

Так, если для $\alpha=3$ фазовая расстройка лишь смещает сечения достижения максимума средней эффективности с $z=5$ до $z=2.8$, практически не изменяя величину максимума и отклонения, то для $\alpha=4$, 5 и 9 значение этого максимума существенно увеличивается как по сравнению со случаем фазового синхронизма для данного самовоздействия, так и по сравнению со случаем отсутствия

самовоздействия и фазового синхронизма. Рассмотрим эти случаи подробнее.

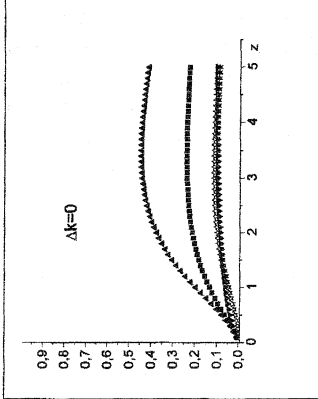
Для $\alpha = 4$ увеличение фазовой расстройки до $\Delta k = -0.5$ приводит к увеличению среднего значения с 16% до 58% при одновременном росте среднеквадратичного отклонения с 2.5% до 22%. Дальнейшее увеличение расстройки до $\Delta k = -2$ уменьшает среднее значение максимальной эффективности до 36% при 13% отклонения, что, тем не менее, все еще лучше, чем значения в условиях фазового синхронизма и отсутствия самовоздействия.

Для $\alpha = 5$ фазовая расстройка $\Delta k = -1$ приводит к тому, что в сечении $z = 1.4$ достигается среднее значение эффективности 25% при отклонении 2%. Далее наблюдается дальнейший рост средней эффективности на длине среды (до 33%), который сопровождается ростом отклонения до 14-25%. Увеличение фазовой расстройки до $\Delta k = -2$ приводит к росту максимума средней эффективности до 47% при отклонении 14%.

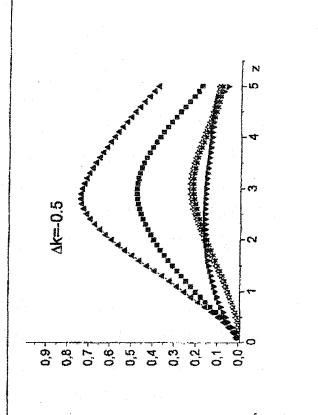
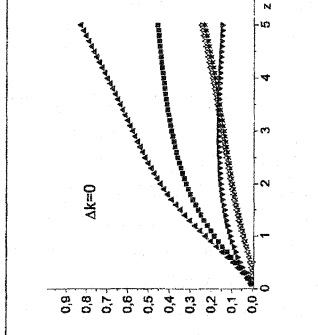
Для $\alpha = 9$ при наличии фазового синхронизма значение средней эффективности крайне мало – порядка 1.4%, что совпадает со значением отклонения. Фазовая расстройка $\Delta k = -5$ увеличивает среднее значение эффективности до 19%, при этом отклонение совпадает со средним значением. Малые значения отклонения наблюдаются лишь на трассе до сечения $z = 0.5$, при этом среднее значение эффективности составляет 6% при 1.4% отклонения. Увеличение фазовой расстройки до $\Delta k = -9$ приводит к увеличению средней эффективности до 37% при отклонении 3%, причем данное значение достигается в сечении $z = 1$.

Таким образом, за счет введения самовоздействия и фазовой расстройки оказалось возможным повысить среднюю эффективность генерации при одновременном уменьшении среднеквадратичного и среднего абсолютного отклонений по сравнению со случаем отсутствия самовоздействия и фазового синхронизма. В частности, в сечении $z = 1$ средняя эффективность выросла с 13% при отклонении 5% до 37% при отклонении 3%, в сечении $z = 1.4$ – с 17% при отклонении 7% до 25% при отклонении 2%.

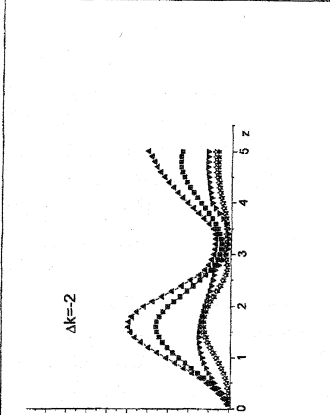
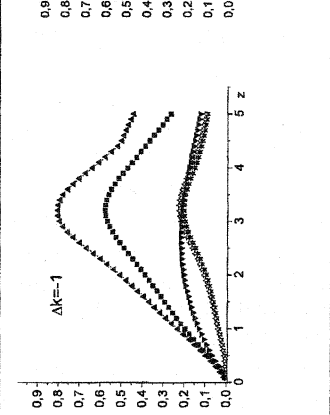
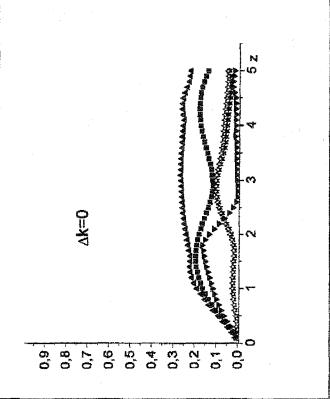
$\alpha = 0$



$\alpha = 3$



$\alpha = 4$



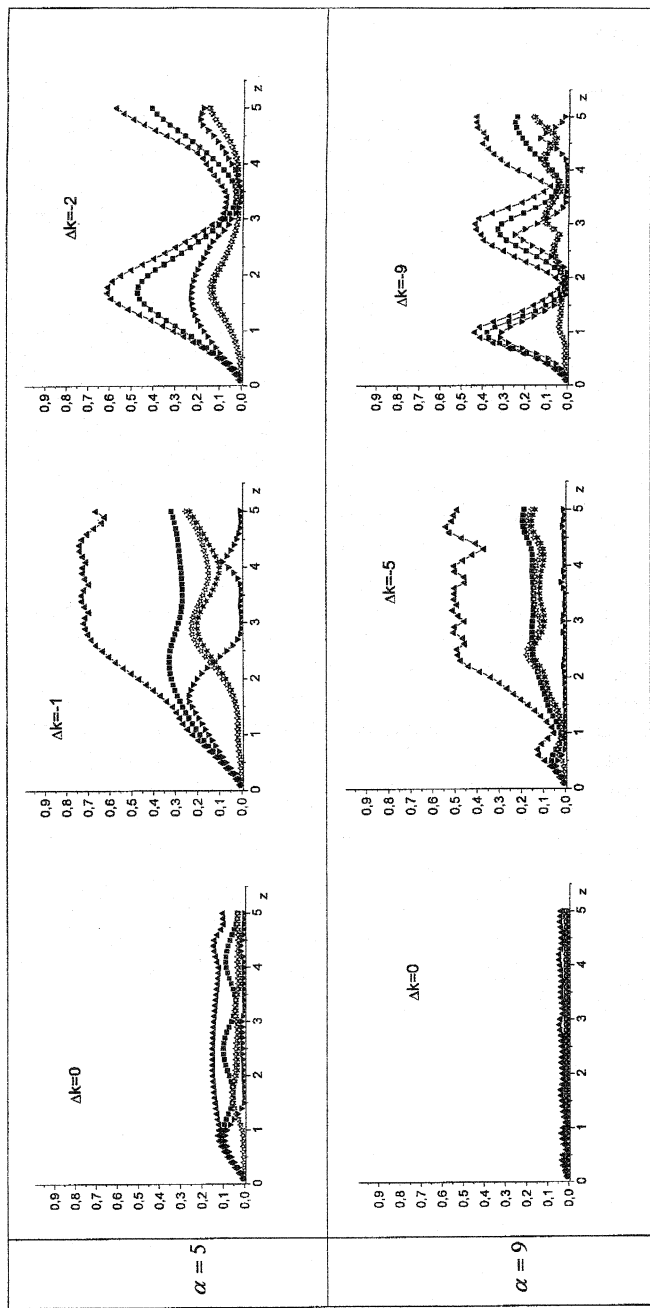


Рис.4. Зависимость эволюции среднего $\bar{\theta}$ (квадраты), максимальной (треугольники вверх) и минимальной (треугольники вниз) эффективности ГВГ, а также среднеквадратичного σ (звездочки полые) и среднего абсолютного $|\Delta\theta|$ (звездочки закрашенные) от коэффициента самовоздействия α и фазовой расстройки Δk при флуктуациях входной амплитуды в пределах 30% ($\delta = 0.3$).

3. Заключение

Приведенные результаты компьютерного моделирования конверсии частоты лазера при генерации последовательности импульсов показали возможность одновременного достижения высокой эффективности конверсии (80%-90% и выше – до 93%) в случае отсутствия самовоздействия и 37% при сильном самовоздействии) и минимума флуктуаций (до 1%-2%) от среднего значения эффективности в одном и том же сечении среды.

Условия достижения высокой эффективности конверсии частоты при минимуме флуктуаций зависят от характера распространения последовательности генерируемых импульсов. Так, в случае отсутствия самовоздействия оказывается возможным в любом заданном сечении среды осуществить высокоэффективную конверсию частоты при минимальных значениях среднеквадратичных отклонений от среднего значения за счет выбора параметров квадратичной нелинейности и дисперсий второго порядка. При этом увеличение квадратичной нелинейности приводит к смещению сечения достижения высокоэффективной конверсии в сторону входного сечения. Тогда как увеличение дисперсий второго порядка снижает среднее значение эффективности и существенно (до 10%-15%) увеличивает среднеквадратичные отклонения от среднего значения в сечении достижения максимальной конверсии частоты. При этом сечения максимальной конверсии и минимальных флуктуаций перестают совпадать. Тем не менее, для практически интересных случаев существует возможность оптимизации средней длительности и длины среды.

В условиях сильного самовоздействия также оказывается возможным достижение большой (порядка 37%) эффективности конверсии частоты при минимальном среднеквадратичном отклонении (2%-3%) за счет отказа от фазового синхронизма. В этом случае, однако, сечение достижения максимальной генерации несколько не совпадает с сечением достижения минимальных флуктуаций, хотя их различие представляет собой небольшую величину.

Литература

1. Бломберген Н. Нелинейная оптика. / Пер. с англ. М: Мир. 1966. 424 с.
2. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики: электромагнитные волны в нелинейных диспергирующих средах. / М: ВИНТИ. 1965. 384 с.
3. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика. / М: Физматлит. 2004. 511 с.
4. Сухоруков А. П. Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике. М.: Наука. 1988. 230 С.
5. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. / Пер. с англ. М: Мир. 1989. 558 с.
6. Цернике Ф., Мидвинтер Дж. Прикладная нелинейная оптика. / Пер. с англ. М: Мир. 1976. 262 с.
7. Разумихина Т.Б., Телегин Л.С., Холодных А.И., Чиркин А.С // Квантовая электроника. 1984. Т. 11, N 10. С. 2026-2030.
8. Zheng Z., Weiner A.M., Parameswaran K.R. et al. // JOSA B. 2002. V.19. P. 839-848.
9. Ashihara S., Nishina J., Shimura T. et al. // JOSA B. 2002. V. 19. P. 2505-2510.
10. Liu X., Qian L.J., Wise F.W. // Phys.Rev.Lett. 1999. V. 82. P. 4631-4634.
11. Begishev I.A., Kalashnikov M., Karpov V. et al. // JOSA B. 2004. V. 21. P. 318-322.
12. Marcinkevicius A., Tommasini R., Tsakiris G.D. et al. // Appl.Phys. B79. 2004. 547-554.
13. Ditmire T., Rubenchik A.M., Eimerl M. et al. // JOSA B. 1996. V. 13. P. 649-652.
14. Krylov V., Rebane A., Kalintsev A.G., Schwoerer H. // Optics Letts. 1995. V. 20. N 2. P.198-200.
15. Steinmeyer G., Sutter P.H., Gallmann L., Matuschek N., Keller U. // Science. 1999. V.286. P.1507-1511.
16. Ho P.P., Wang Q.Z., Alfano R.R. // Optics Letters. 1991. V.16. P. 970-972.
17. Zhang G., Huang G. // J. Opt. Soc. 1998. V.15. N1. P. 200-208.

18. Chu S.W., Liu T.M. and Sun C.K. // Optics Express. 2003. V.11, N 8. P. 933-938.
19. Rafailov E.U., Loza-Alvarez P., Brown G.T.A. et al. // Optics Letters. 2001. V.26. N 24. P. 1984-1986.
20. Mori K., Namaki Y., Obara M., Midorikava K. // J. Appl. Phys. 1998. V.83. N6. P.2915-2919.
21. Weiner A.M., Kan'an A.M., Leaird D.T. // Optics Letters. 1998. V. 23. N 18. P.1441-1443.
22. Gordienko V.M., Grechin S.S., Ivanov A.A., Podshivalov A.A., Rakov E.V. // Quantum Electronics. 2006. V.36. N2. P.114-116.
23. Лысак Т.М., Трофимов В.А. // ЖВМиМФ. 2001. Т. 41. № 8. С.1275-1288.
24. Лысак Т.М., Трофимов В.А. // ЖТФ. 2001. Т.71. № 11. С.53-58.
25. Лысак Т.М., Трофимов В.А. // Оптика и спектроскопия. 2002. Т.93. № 5. С.861-874.
26. Лысак Т.М., Трофимов В.А. // Оптика и спектроскопия 2002. Т.92. № 2. С.323-326.
27. Лысак Т.М., Трофимов В.А. // ЖТФ. 2005. Т.75 . № 6. С. 63-68.
28. Trofimov V.A., Lysak T.M. // In "Nonlinear Optical Phenomena". / Ed. Drabovich K.N., Makarov V., Shen Yuen-Ron. Proceedings of SPIE. 2006. V.6259. P. 192-200.