

## ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ 3D-ЗАДАЧ ВЕРТИКАЛЬНОГО СЕЙСМОПРОФИЛИРОВАНИЯ

### Введение

Традиционная схема ВСП (вертикальное сейсмическое профилирование) использует сейсмические колебания (как продольные, так и поперечные волны), регистрируемые датчиками, размещенными в зонде, в стволе скважины. Взрывной или акустический источник колебаний расположен вблизи устья (верхней точки) скважины на дневной поверхности или, как правило, слегка заглублен. Используется также схема с отнесенным от устья скважины источником. Основы метода ВСП были заложены и развиты в работах Е. И. Гальперина [1,2].

В приложениях все чаще встречаются задачи, для которых одномерной модели среды оказывается недостаточно. Обработка данных с удаленных пунктов возбуждения, бурение криволинейных скважин, горизонтальное бурение, наличие в районе скважины линз, выклиниваний или других сложных геологических структур требуют более детальных моделей. Основная задача, которую решают с помощью двух- и трехмерных моделей среды – задача уточнения отражающих характеристик среды. В геофизике для этой задачи применяют термин миграция сейсмических данных [5]. Обработка геофизических данных заключается в последовательном уточнении модели среды и обеспечении сходимости этого процесса. Результатом является решение обратной задачи – восстановленные по исходным волновым полям и априорной модели геофизические параметры среды.

### 1. Постановка прямых задач

При отсутствии внешнего воздействия распространение волн по трехмерной однородной среде описывается ([4]) с помощью системы уравнений с анизотропией

$$\sum_{k,p,q=1}^3 \lambda_{ik,pq} \frac{\partial^2 u_q}{\partial x_k \partial x_p} - \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

здесь  $u(\mathbf{x}, t)$  описывает трехмерные колебания,  $\lambda_{ik,pq}$  – параметры, описывающие среду.

В работе рассматриваются плоские волны, т.е. решения системы (1) вида

$$u = A \exp\{ik(n\mathbf{r} - vt)\},$$

$$\text{где } A = \sum_{k=1}^3 A_k \mathbf{i}_k, \quad \mathbf{k} = k\mathbf{n}, \quad |\mathbf{n}| = 1, \quad \mathbf{v} = v\mathbf{n},$$

$k, v$  обозначают волновое число и скорость распространения,  $A$  – вектор поляризации.

В однородной анизотропной упругой среде могут распространяться три типа плоских волн с параметрами  $v_r$  (фазовые скорости волн типа  $r$ ),  $A^{(r)} \equiv (A_1^{(r)}, A_2^{(r)}, A_3^{(r)})$  (вектор поляризации волны типа  $r$ ) и с плоскими фронтами, перпендикулярными орту  $\mathbf{n}^{(r)}$ ,  $r = 1, 2, 3$ . Волна  $r = 1$  называется квазипродольной, а волны  $r = 2, 3$  – квазипоперечными.

В случае анизотропных сред наряду с фазовой скоростью (распространения фронта)  $v^{(r)}$  плоская волна типа  $r$  характеризуется также лучевой скоростью распространения  $\xi^{(r)}$ , описывающей процесс распространения энергии волнового поля

$$\xi_k^{(r)} = \frac{1}{v_r} \sum_{i,p,q=1}^3 \lambda_{ik,pq} n_p A_q^{(r)} A_i^{(r)}, \quad k = 1, 2, 3.$$

Обозначим вектор рефракции волны как  $\mathbf{p}^{(r)} = \mathbf{n}^{(r)}/v^{(r)}$  и перейдем к постановке прямых задач.

Рассмотрим безграничную среду, характеризующуюся параметрами  $\lambda_{ik,pq}$ . Допустим, что в точке  $\mathbf{x}^0$  в момент времени  $t = 0$  в направлении  $(\alpha, \delta)$ , заданном в сферических координатах, начинает действовать направленный источник колебаний

$$\mathbf{x}|_{t=0} = \mathbf{x}^0 = \text{const}, \quad \mathbf{p}^{(r)}|_{t=0} = \mathbf{p}_0^{(r)}(\alpha, \delta) = \frac{\mathbf{n}^0(\alpha, \delta)}{v_0^{(r)}(\alpha, \delta)}.$$

Здесь  $\mathbf{n}^0$  – нормаль к фронту распространения волны типа  $r$ , координаты которой определяются соотношениями

$$n_1^0 = \sin \alpha \cos \delta, \quad n_2^0 = \sin \alpha \sin \delta, \quad n_3^0 = \cos \alpha,$$

$v_0^{(r)}$  – скорость распространения волны в начальный момент времени, однозначно определяемая параметрами  $\lambda_{ik,pq}$  и  $\mathbf{n}^0$ ,  $\mathbf{p}_0^{(r)}$  – начальный вектор рефракции.

Кроме того, пусть задана функция  $f(t)$ ,  $f(t) = 0$ ,  $t < 0$ , определяющая форму импульса возбуждения.

Под задачей распространения волны в однородной среде понимается расчет полей  $u^{(r)}(x, t)$ . В некоторых случаях будем считать результатом решения этой задачи также лучевые скорости распространения  $\xi^{(r)}$ .

Другой задачей является задача на отражение-преломление плоских волн на границе раздела двух трансверсально изотропных упругих полупространств. В этом случае рассматриваются два полупространства с номерами  $\varepsilon = 1$  и  $\varepsilon = 2$ , находящиеся в жестком контакте друг с другом, разделенные плоской границей. Из полупространства  $\varepsilon = 1$  на границу раздела падает в направлении  $(\alpha, \delta)$  монохроматическая волна типа  $r$  с фазовой скоростью  $v^{(r)}$ , вектором рефракции  $p^{(r)}$ , лучевой скоростью  $\xi^{(r)}$ . Под задачей отражения-преломления (ОП) понимается восстановление всех параметров (фазовой скорости, лучевой скорости, векторов рефракции, векторов поляризации) отраженных и преломленных волн всех типов, порожденных падающей волной. При этом должны выполняться, во-первых, уравнения движения в каждой из сред  $\varepsilon = 1$  и  $\varepsilon = 2$ , во-вторых, условия излучения, в-третьих, на границе полупространств должны оставаться непрерывными полные векторы смещений и напряжений.

Для постановки задач распространения волн в слоистых средах дадим предварительно необходимые определения. Область моделирования – выпуклый трехмерный многогранник, например, параллелепипед, внутри которого исследуется распространение волн. Телом внутри области моделирования называется связная область, описываемая одними и теми же параметрами среды  $\lambda_{ik,pq}$ . Граница – поверхность раздела сред между двумя телами. В работе исследуется случай плоских границ. Совокупность тел, их границ и области моделирования называется моделью среды.

В статье рассматриваются прямые и однократно отраженные волны. Для простоты считается, что распространяющиеся волны могут менять свой тип только в момент отражения, при преломлении же тип волны сохраняется. Не рассматриваются случаи закритических прохождений границ и скользящие волны.

Путь луча понимается как последовательность границ, на которых прослеживаемый луч преломляется или отражается по мере распространения по модели. При прослеживании луча, распространяющегося по модели, вычисляются координаты источника

возбуждений, лучевые параметры, тип прослеживаемой волны до и после отражения, последовательность точек на границах, в которых волна отражалась или преломлялась и точка, где распространение луча перестали отслеживать.

Будем называть путем из источника в приемник последовательность границ, пересекаемых лучом, прошедшим из источника в приемник. Очевидно, что в параллельно-слоистой среде из точки в точку существует только один путь. Однако, если допустить, что границы не плоско-параллельные, то путей может быть несколько.

Зададим в области моделирования координаты  $x_0$  сосредоточенного источника возбуждения и начальные лучевые параметры. Задачей распространения луча по модели называется задача построения луча, идущего из заданной точки в заданном направлении, отражающегося от границы  $\epsilon$  и имеющего до отражения тип  $r_1$ , а после –  $r_2$ .

Волновые поля, обрабатываемые в ВСП, являются результатами измерений, и как правило задаются дискретно и по времени, и по пространству. Дискретность задания по пространству вызвана конечным количеством расположенных в скважине приемников, регистрирующих сейсмические колебания. Дискретность по времени является следствием того, что регистрация колебаний приемниками производится не непрерывно, а с интервалом дискретизации. Поэтому прямые задачи ВСП целесообразно формулировать для дискретных функций. Прежде, чем перейти к постановкам задач, приведем необходимые определения.

Обозначим через  $\Omega_f$  множество конечных последовательностей точек трехмерного пространства  $(x_1, \dots, x_N)$ ,  $N < \infty$ ,  $x_i \in \mathbb{R}_3$ ,  $0 < i < N$ . Множеством  $T_f$  назовем множество последовательностей вида  $(t_1, \dots, t_N)$ ,  $N < \infty$ ,  $t_i \in \mathbb{R}$ ,  $t_0 \geq 0$ ,  $t_i \geq t_{i-1}$ ,  $0 < i < N$ .

В дальнейшем, как правило, множество  $X \in \Omega_f$ , представляет собой координаты глубинных приемников сейсмических данных, в которых волновые поля заданы либо требуют расчета, множество  $T \in T_f$  описывает моменты времени, в которых амплитуды колебаний известны либо требуют расчета.

Прямой динамической задачей ВСП называется нахождение по заданной модели и источнику возбуждений волнового поля  $u$  всех типов волн, как падающих, так и однократно отраженных в заданных точках  $x \in X$ ,  $X \in \Omega_f$  в моменты времени  $t \in T$ ,  $T \in T_f$ . В данном случае под волновым полем понимается функция  $u(x, t)$ , заданная на множестве  $\{(x, t) : x \in X, X \in \Omega_f; t \in T, T \in T_f\}$ .

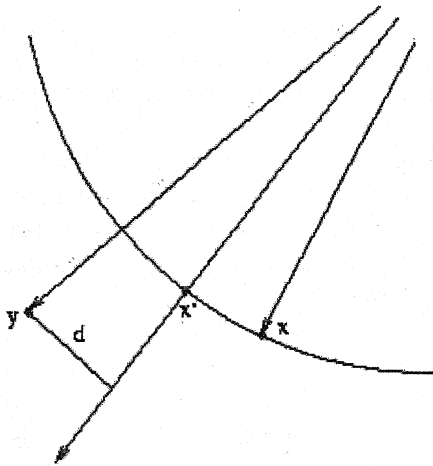


Рис. 1: К алгоритму попадания лучем в точку

## 2. Алгоритмы решения прямых задач

Методы решения задач задач распространения волны по телу, отражения-преломления и распространения луча по модели изложены в [4].

Основной сложностью, возникающей при решении прямой динамической задачи, является проблема определения пути луча из источника в заданную точку с заданными типами падающей и отраженной волн.

Для начала рассмотрим случай, когда известны параметры луча, проходящего достаточно близко к точке, в которую надо попасть.

Допустим, известен путь луча из источника в точку  $x$ . Зададимся точкой  $y$ , в которую нужно попасть (рис. 1). Предположим, что фронт волны в окрестности этой точки является гладким. Тогда в этой окрестности на фронте нам известны производные  $\frac{\partial x}{\partial \alpha}$ ,  $\frac{\partial x}{\partial \delta}$ ,  $\frac{\partial \xi}{\partial \alpha}$ ,  $\frac{\partial \xi}{\partial \delta}$ . Зададим лучевым параметрам приращения  $d\alpha$ ,  $d\delta$ . В этом случае для точки  $x^*$ , лежащей на фронте волны в окрестности точки  $x$ , имеем приближительные соотношения

$$x_i^* \approx x_i + \frac{\partial x_i}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial x_i}{\partial \delta} d\delta, \quad \xi_i^* \approx \xi_i + \frac{\partial \xi_i}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial \xi_i}{\partial \delta} d\delta, \quad i = 1, 2, 3.$$

Координаты произвольной точки  $x^p$  на луче, проходящем через точку  $x^*$

описываются уравнением

$$\mathbf{x}^p = \mathbf{x}^* + \xi^* t. \quad (2)$$

Точка, ближайшая к  $\mathbf{y}$  и лежащая на луче (2), вычисляется по формулам:

$$\bar{x}_i = x_i^* + \xi_i^* \bar{t}, \quad \text{где } \bar{t} = \frac{(y_1 - x_1^*)\xi_1^* + (y_2 - x_2^*)\xi_2^* + (y_3 - x_3^*)\xi_3^*}{(\xi_1^*)^2 + (\xi_2^*)^2 + (\xi_3^*)^2}.$$

Решение задачи попадания лучем в точку  $\mathbf{y}$  состоит в нахождении луча, описываемого (2) и минимизирующего расстояние  $d$  (рис.1). Изменение углов выхода луча из источника ( $d\alpha$ ,  $d\delta$ ) рассчитывается при этом как минимум функционала

$$F(d\alpha, d\delta) = \|\mathbf{y} - \bar{\mathbf{x}}(d\alpha, d\delta)\|^2 \quad 0 \leq \alpha + d\alpha \leq 2\pi \quad 0 \leq \delta + d\delta \leq \frac{\pi}{2}.$$

Функционал  $F$  является достаточно гладким для поиска его минимума с помощью метода Ньютона.

Решение прямой динамической задачи распадается на два этапа: начальный настрел лучей и расчет динамических параметров в заданных точках.

Представим модель среды как граф, вершинами которого являются тела, а ребрами – граничные многоугольники, эти тела разделяющие. Начальный настрел в этом смысле является получением всех возможных путей в графе, по которым могут распространяться лучи, не испытывая закритических преломлений. Алгоритм начального настрела аналогичен обходу графа в ширину ([3]). Пусть в некоторый момент настрела нам известен путь длины  $r$  из источника в тело, т.е. в вершину графа  $N$  и соответствующий этому пути луч  $R$ . Этот путь можно продлить на единицу  $k - 1$  способами, где  $k$  – количество ребер при вершине  $N$ . Для проверки существования луча для каждого такого пути делается попытка попасть лучом в соответствующий граничный многоугольник, используя в качестве начального приближения луч  $R$ , а в качестве точки, в которую стремимся попасть – произвольную точку граничного многоугольника. Если удалось попасть в этот многоугольник, и при этом путь попавшего луча совпадает с путем луча  $R$  на протяжении  $r$  сегментов, значит найден еще один возможный путь для лучей в модели среды. Этот луч запоминается и ставится в очередь на продолжение.

После получения всех путей для прямых лучей рассчитываются пути для однократно отраженных лучей. Вновь рассмотрим тело  $N$ . Имея пути всех лучей, пришедших в это тело, очевидным образом можно получить лучи, отраженные от границ этого тела. Для этого достаточно после решения задачи ОП в теле выбрать не преломленные, а отраженные лучи. После вычисления однократно отраженных лучей процедура нахождения путей повторяется без изменений.

В результате начального настрела для каждого тела известен набор лучей, прямых и однократно отраженных, которые пришли в это тело всеми возможными путями.

Очевидно, что одному пути соответствует не более одного луча, попадающего в точку и следующего по этому пути. Если такой луч существует, то он будет найден описанным выше методом.

Решение прямой динамической задачи в области  $X \in \Omega_f$  при имеющейся информации о прохождении лучей через каждое тело состоит в решении задачи прохождения луча соответствующего типа в каждую точку  $x \in X$ . В качестве приближения используются все лучи, прямые и однократно отраженные, прошедшие в тело, в котором лежит  $x$ . В результате получается функция  $s(x, t)$ ,  $x \in X$ ,  $t \in T_1 \in T_f$ , называемая идеальной импульсной сейсмограммой – реакция модели на  $\delta$ -импульс. Волновое поле  $u(x, t)$ ,  $x \in X$ ,  $t \in T \in T_f$  получается после свертки функции  $s(x, t)$  с функцией источника  $\varphi(t)$ ,  $t \in T$ .

### 3. Постановка и алгоритмы решения обратной задачи

Одной из основных задач геофизики является задача получения информации об отражательных характеристиках исследуемой среды и построение изображения. Получение изображения среды по полю сейсмических волн называется в геофизике миграцией.

Рассмотрим один из способов миграции – метод проектирования волнового поля по описанной модели среды и основанный на предложенных методах решения прямой задачи.

Пусть заданы априорная модель среды  $M$  и поле однократно отраженных волн  $u(x, t)$ ,  $x \in X$ ,  $X \in \Omega_f$ ,  $t \in T$ ,  $T \in T_f$ . Решением обратной задачи ВСП (изображением среды) является функция  $z(y)$ , определяемая по формуле

$$z(y) = P_M u(x, t), \quad x \in X \in \Omega_f, \quad t \in T \in T_f, \quad y \in Y \in \Omega_f.$$

X-R Table editor Project=Pl/Model DbTable=VSP.test.MOD1DHEO.1

	ZTOP	XTOP	YTOP	VP	VS	AN_KP	AN_KS	AZIMUTH	DIP
1	0	0	0	2200	1500	1	1	0	0
2	500	0	0	2300	1333.32	1.03	1	0	0
3	900	0	0	2100	1666.65	1.07	1	180	5
4	1200	0	0	3000	1533.32	1.05	1	180	15
5	1500	0	0	3500	2333.31	1.01	1	180	5
6	1800	0	0	2100	1333.32	1.05	1	0	10
7	2100	0	0	2700	1733.33	1.02	1	0	0
8	2500	0	0	3000	1933.33	1	1	0	5
9	3000	0	0	4000	2866.64	1.01	1	180	15
10	3500	0	0	3500	2333.31	1	1	0	5

Рис. 2: Синтетическая модель среды

Оператор проектирования  $P_M$  устанавливает соответствие между значением сеточной функции  $u(x, t)$  и породившими его точками из  $Y$  с коэффициентами отражения  $z(y), y \in Y$ . Под значением  $z(y)$  понимается коэффициент отражения при нормальном падении на границу в точке  $y$ .

Для однозначности оператора  $P_M$  на модель  $M$  следует наложить ограничения. Во-первых, все волны, как прямая из источника, так и отраженные, должны иметь единственный путь распространения из источника в любую точку  $x \in X$ . Во-вторых, та часть волнового поля, которая подвергается проектированию не должна содержать скользящих волн. Их влияние должно быть исключено на этапе предварительной обработки.

Выполнение первого требования необходимо, поскольку в случае множественных путей нет однозначного соответствия между значением функции  $u(x, t)$  и точкой, это значение породившей. Второе требование следует из того, что в области головных волн фактически может нарушаться однозначность функции  $t(y)$ .



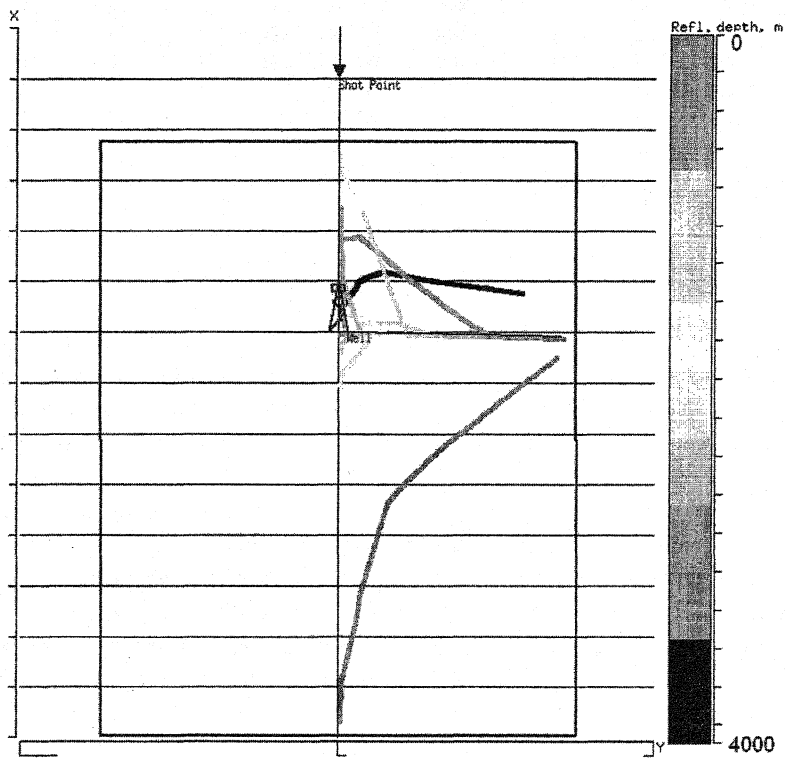


Рис. 3: Скатерограмма, полученная по синтетической модели среды (рис. 2.)

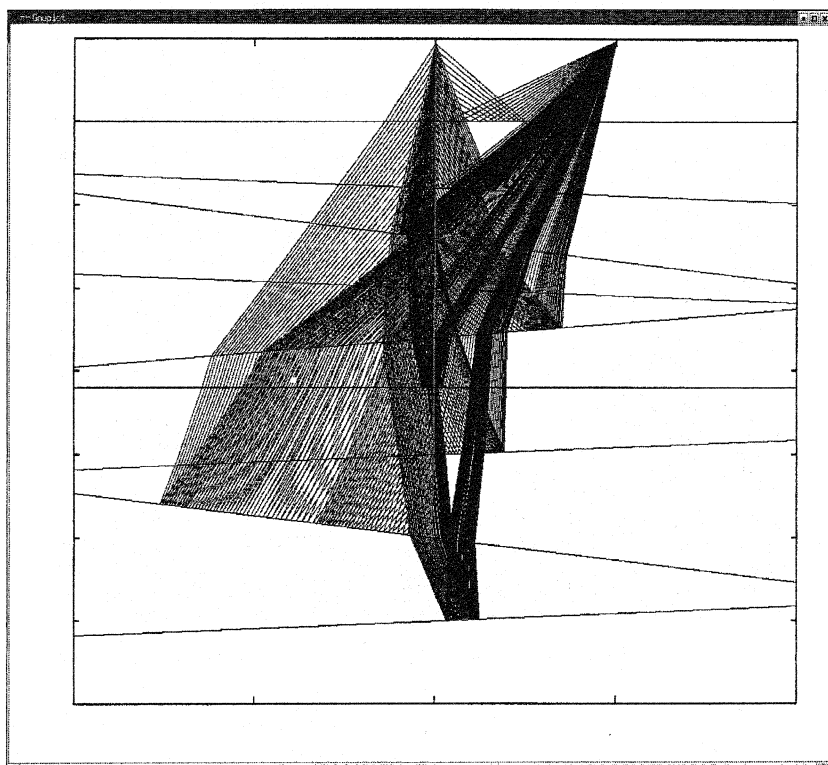


Рис. 4: Путь лучей для синтетической модели

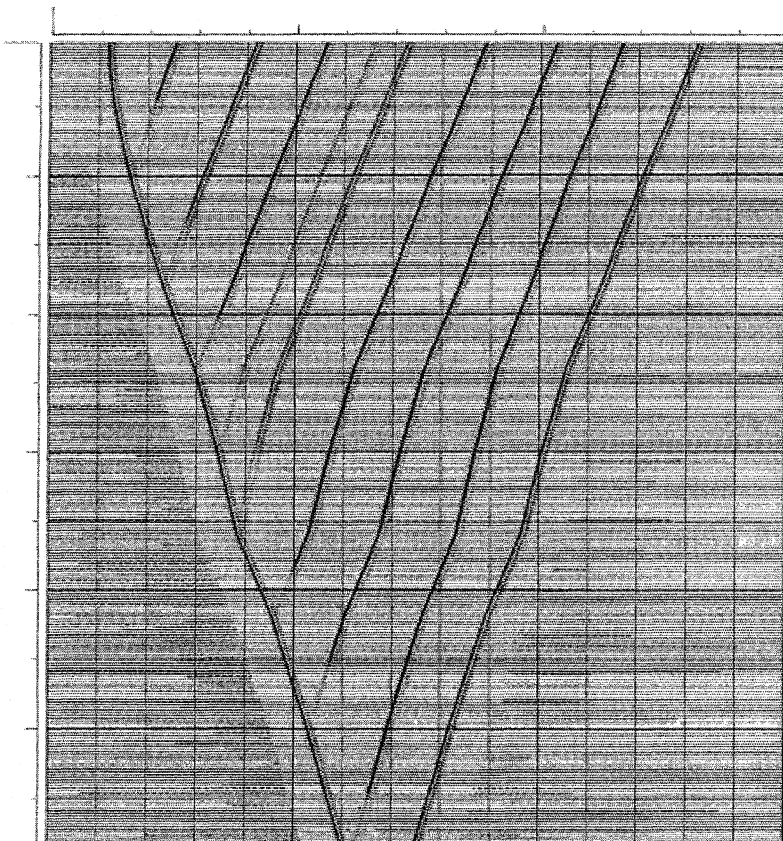


Рис. 5: Волновое поле, полученное по синтетической модели

Алгоритм проектирования состоит из нескольких этапов. Первый этап заключается в решении прямой динамической задачи во всех точках  $x \in X$ . Для каждого полученного луча известно, в какую точку и в какой момент времени этот луч пришел, а также от какой границы и от какой точки отразился. В силу введенных ограничений на модель можно утверждать, что в определенный момент времени в любую точку приходит не более одного луча. Полученная информация запоминается в виде таблицы соответствия время-координаты  $D_x$  для каждой точки  $x \in X$ . В этой таблице хранятся  $t_x$  – время прихода луча в точку,  $\alpha_x$ ,  $\delta_x$  – угол и азимут выхода луча из

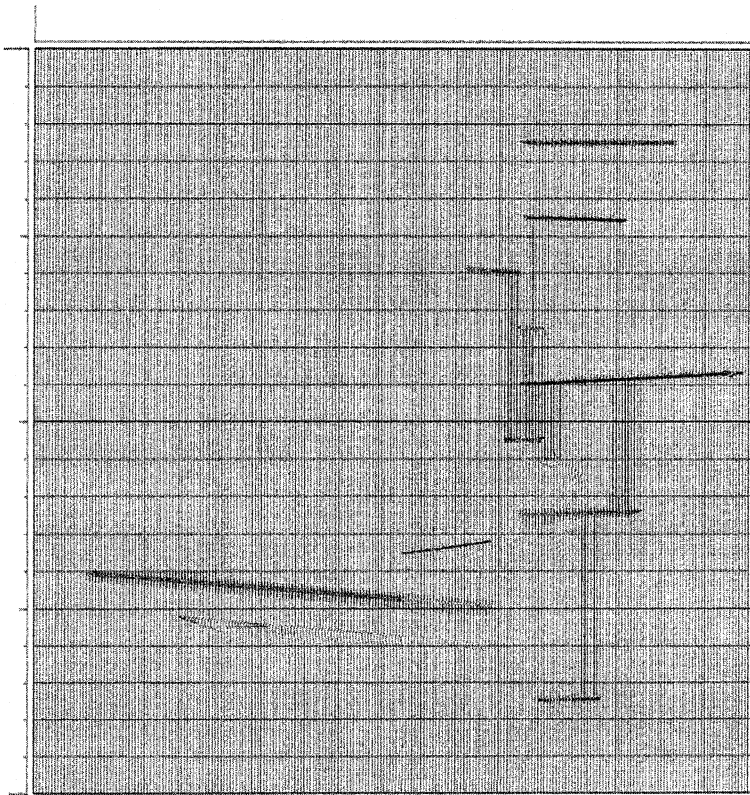


Рис. 6: Результат решения обратной задачи - изображение восстановленных границ разрыва жесткости

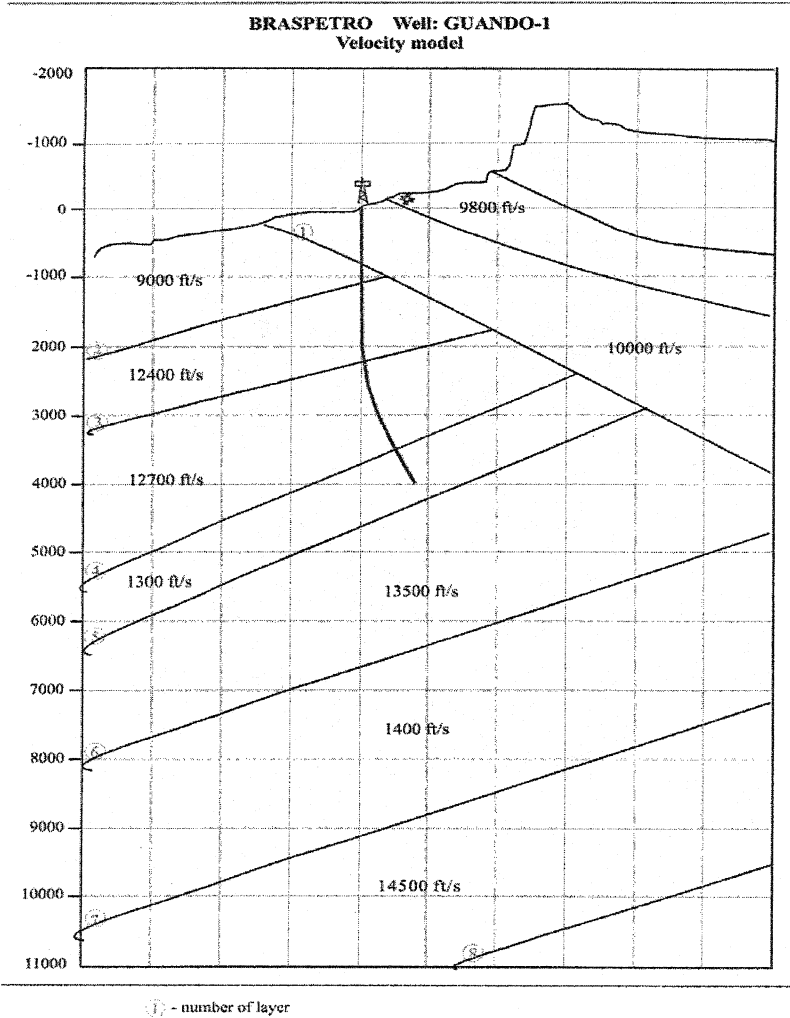


Рис. 7: Априорная модель для интерпретации реальных данных

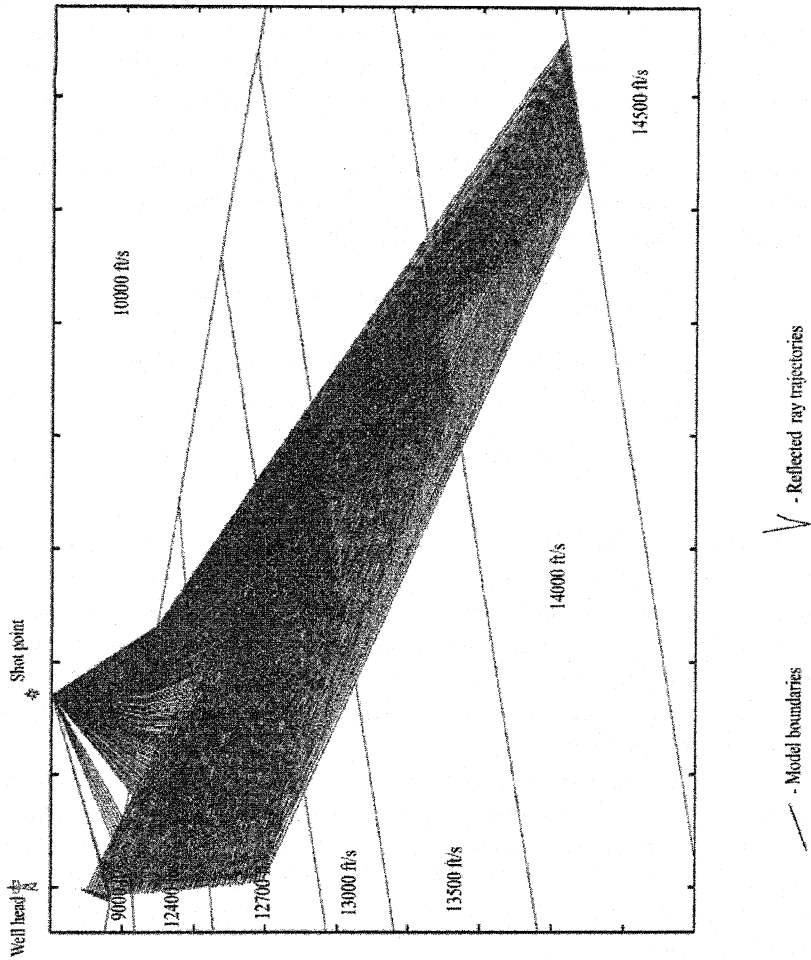


Рис. 8: Пути лучей для реальной модели

источника,  $L_x$  – геометрическое расхождение луча в точке,  $P_x$  – вектор поляризации луча в точке,  $u_x$  – точка отражения луча, коэффициенты  $A, B, C, D$ , описывающие плоскость границы (модельной или фиктивной), проходящей через точку. Кроме этого в таблицу заносятся еще две величины:  $R_x$  – отношение коэффициента отражения в точке по нормали к коэффициенту отражения по направлению рассматриваемого луча и величина  $P_x$ , которая характеризует прохождение луча через модель и рассчитывается на основе формул для выражения  $u$  из [4].

Проектирование значения  $u(x, t)$  в точку  $y(x, t)$  происходит по таблице  $D_x$ . По времени  $t$  линейной интерполяцией вычисляется соответствующая точка отражения  $u(x, t)$  и значения величин  $L_x, R_x, P_x$ . Функция  $z(y(x, t))$  вычисляется по формуле

$$z(y(x, t)) = \frac{v_p(x, t)L_x R_x}{P_x}, \quad v_p(x, t) = (u(x, t), p_x)_{\mathbb{R}^3}.$$

Окончательно функция  $z(y)$  рассчитывается как среднее значение  $z(y(x, t))$  величин по всем  $x, t$  для каждой точки  $y(x, t)$ :

$$z(y_k) = \frac{1}{N_{y_k}} \sum_{i,j: y(x_i, t_j)=y_k} z(y(x_i, t_j)),$$

$N_{y_k}$  – количество спроектированных в  $(x, t)$  точек  $y(x, t)$ . Таблица  $D_x$  после решения прямой динамической задачи содержит в себе относительно мало элементов (столько, сколько границ раздела сред находится ниже точки  $x$ ). Границы могут быть расположены неравномерно, иметь разные наклоны. В результате качество интерполяции по таблице непосредственно после решения прямой задачи может быть неудовлетворительным.

Для получения гарантированного качества интерполяции в модель добавляются так называемые фиктивные границы. Фиктивные границы – это границы, которые искусственно проводятся внутри одного тела. От этих границ считается отраженный луч, а данные для таблицы  $D_x$ , рассчитываемые на границах раздела сред, интерполируются из данных на границах тела.

Рассмотрим алгоритм построения отражений от фиктивных границ. Зададим минимально возможную невязку интерполяции  $\delta$ . Допустим, в таблице  $D_x$  имеются записи  $t_1 : y_1 : A_1 \dots D_1, t_2 : y_2 : A_2 \dots D_2$ , отвечающие границам одного тела – реальным или уже построенным фиктивным. Линейной интерполяцией по времени получаем в середине отрезка  $[t_1, t_2]$

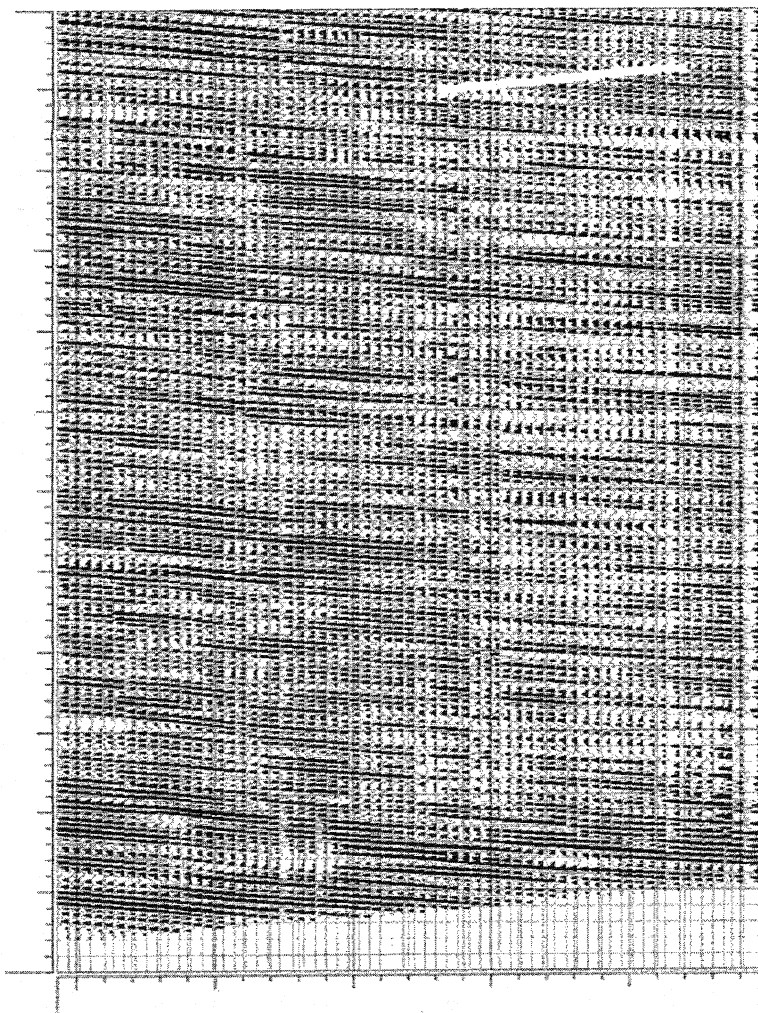


Рис. 9: Поле отраженных волн - данные для решения ОЗ



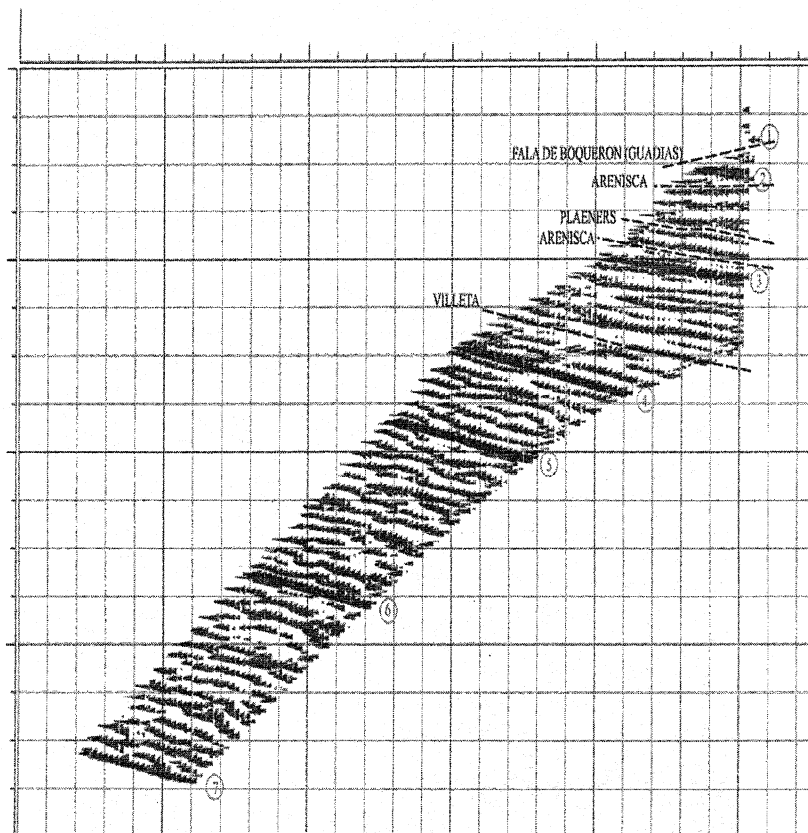


Рис. 10: Изображение решения ОЗ - геологический разрез в зоне освещенности

точку  $t_i : y_i, t_i = (t_1 + t_2)/2, y_i = (y_1 + y_2)/2$ . Строим в этой точке фиктивную границу. В соответствии с полученной точкой фиктивной границы вычисляем коэффициенты  $A_i, B_i, C_i, D_i$ :

$$A_i = \frac{1}{2}(A_1 + A_2), B_i = \frac{1}{2}(B_1 + B_2), C_i = \frac{1}{2}(C_1 + C_2), D_i = \frac{1}{2}(D_1 + D_2).$$

Находим луч, исходящий из источника, отражающийся от построенной фиктивной границы и попадающий в точку  $x$  в момент времени  $t_3$ . Луч отражается от фиктивной границы в точке  $y_3$ . Полученный луч заносится в таблицу  $D_x$ . Если расстояние между точками  $y_i$  и  $y_3$  меньше  $\delta$ , значит отрезок времени  $[t_1, t_2]$  интерполирован удовлетворительно. Иначе строится еще пара фиктивных границ между границами, на которых лежат точки  $y_1$  и  $y_3$ , а также  $y_2$  и  $y_3$ . Лучи, отражающиеся от построенных фиктивных границ заносятся в таблицу и проверяются на точность интерполяции. Там, где интерполяция удовлетворительна, процедура прекращается, вокруг границ, дающих плохую интерполяцию, строится еще по паре фиктивных границ. Процедура повторяется, пока есть границы, точки отражения которых интерполируются по соседним неудовлетворительно.

#### 4. Результаты численных экспериментов

Для решения трехмерных прямых и обратных задач ВСП методами, описанными в работе, созданы программы, являющиеся частью пакета программ обработки данных ВСП UNIVERS.

В качестве иллюстрации метода воспользуемся моделью с геофизическими параметрами, приведенными на рис. 2. В первой колонке указана координата границы по глубине, в третьей и четвертой – продольная и поперечная скорости тела ниже границы, затем – коэффициенты анизотропии этого тела, а также угол и азимут наклона границы.

Область точек отражения полученная в результате решения прямой задачи, вид сверху (скатерограмма) – рис. 3. Рис. 4 – пути лучей, спроектированные на плоскость  $Y = 0$  и наложенные на срез модели этой плоскостью. На рис. 5 изображено решение прямой задачи  $u(x, t)$  в точках  $x \in X$  в моменты времени  $t \in T$ .

Для получения двухмерного изображения трехмерного решения обратной задачи используется следующий прием. Выбирается область  $Z \in \mathbb{R}^3$  – прямоугольный параллелепипед, в котором ищется решение обратной задачи. Как правило, это область, содержащая в себе все точки

отражения лучей. Решение  $z(y)$  в каждой точке  $y \in Z \cap Y$  проектируется на плоскость, секущую  $Z$  в вертикальном направлении параллельно границам тел априорной модели. Если границы тел не параллельны, в качестве направления проектирования выбирается среднее взвешенное между наклонами границ тела, в котором лежит  $y$ . Изображение решения обратной задачи по априорной модели представлено на рис. 6.

В качестве примера практического применения метода рассмотрим результаты обработки скважины, расположенной в условиях горного рельефа (Колумбия, скважина GUANDO-1). Априорная модель, на основе которой производились расчеты, представлена на рис. 7. Рис. 8 – пути отраженных лучей после решения прямой задачи. Рис. 9 –  $Z$ -компонента переопределения для обратной задачи  $u(x, t)$ . Изображение решения приведено на рис. 10. Изображения границ, соответствующих границам априорной модели выделены, а также подписаны.

## Литература

1. Гальперин Е. И. Вертикальное сейсмическое профилирование. М.: Недра, 1971.
2. Гальперин Е. И. Вертикальное сейсмическое профилирование на этапе разведки и эксплуатации месторождений // Докл. АН СССР. 1980. Т. 253. N 6. С. 1347--1349.
3. Емеличев В.А., О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990
4. Распространение объемных волн и методы расчета волновых полей в анизотропных средах. Сборник научных трудов под редакцией Г. И. Пertaшеня. Л.: Наука, 1984.
5. Gray S.H., Etgen J., Dellinger J., Whitmore J. Seismic migration problems and solutions // Geophysics, 2001, 66, 1622-1640.