Д. С. Романов

О ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ТЕСТАХ ОТНОСИТЕЛЬНО ЛОКАЛЬНЫХ СЛИПАНИЙ ПЕРЕМЕННЫХ В БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЯХ*

В данной статье изучается поведение функции Шеннона длины диагностического теста относительно локальных k-кратных слипаний переменных в булевой функции. При стремящихся к бесконечности числе переменных и кратности слипания устанавливается асимптотика функции Шеннона длины полного диагностического теста относительно локальных k-кратных слипаний.

Под локальным k-кратным слипанием переменных в булевой функции $f(\tilde{x}^n)$, порожденным системой Φ_t^k из t функций k переменных, понимается функция, полученная в результате подстановки вместо каждой из каких-то k последовательных переменных функции f булевой функции φ (из Φ_t^k) от этих переменных ($1 \le k \le n$, $1 \le t \le 2^{2^k}$). Более формально, пусть n, k, t — натуральные числа ($1 \le k \le n$, $1 \le t \le 2^{2^k}$), $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(\tilde{x}^n)$ — булева функция, и $\Phi = \Phi_t^k(\tilde{y}^k) = \{\varphi_i(\tilde{y}^k) \mid i = \overline{1;t}\}$ — некоторая система попарно неравных булевых функций k переменных, при этом нумерация этих функций соответствует лексикографическому порядку столбцов их значений. Обозначим через $\Psi = \Psi_{n,k,t,f,\Phi_t^k}(\tilde{x}^n)$ систему функций, в которую входит функция $f(\tilde{x}^n)$ и всевозможные функции неисправностей $f_{j,i}(\tilde{x}^n)$ вида

$$f_{j,i}(\tilde{x}^n) = f(x_1, \ldots, x_{j-1}, \underbrace{\varphi_i(x_j, x_{j+1}, \ldots, x_{j+k-1}), \ldots, \varphi_i(x_j, x_{j+1}, \ldots, x_{j+k-1})}_{k}, x_{j+k}, \ldots, x_n),$$

где $1 \le j \le n-k+1$, $i \in \{1, \ldots, t\}$. Ясно, что $|\Psi| = t(n-k+1)+1$. Матрицу, столбцами которой являются столбцы значений функций $f, f_{1,1}, \ldots, f_{1,t}, f_{2,1}, \ldots, f_{2,t}, \ldots, f_{n-k+1,1}, \ldots, f_{n-k+1,t}$ (в указанном порядке) назовем *таблицей неисправностей* и обозначим через $Z(f(\tilde{x}^n), \Phi_t^k)$.

Множество T наборов значений переменных $x_1, \ldots, x_n$ называется *диагностическим тестом относительно локальных k-кратных слипаний переменных булевой функции $f(\tilde{x}^n)$, порожденных системой* $\Phi_t^k(\tilde{y}^k)$, тогда и только тогда, когда любые две не равные друг другу функции из Ψ

* Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы.

различаются на множестве T. При $t = 2^{2^k}$ тест относительно локальных k-кратных слипаний переменных назовем *полным*. *Тестом для матрицы* M называется всякое такое множество строк T этой матрицы, что если два столбца не равны друг другу в M, то они не равны друг другу и в матрице, составленной из строк множества T. Число наборов (строк) в тесте T называется его *длиной* и обозначается $l(T)$. Тест, любое собственное подмножество которого не является тестом того же типа, называется *тупиковым*. Тест минимальной длины называется *минимальным*. Обозначим через $l(M)$ длину минимального диагностического теста матрицы M, а через $w(M)$ — максимальное число линейно независимых строк матрицы M относительно операций покоординатного сложения строк по модулю 2 и умножения строки на число 0 или 1.

Длину минимального диагностического теста относительно локальных k-кратных слипаний переменных булевой функции $f(\tilde{x}^n)$, порожденных системой $\Phi_t^k(\tilde{y}^k)$, будем обозначать через $L_{k,t,\Phi_t^k}(f(\tilde{x}^n))$. Ясно, что $L_{k,t,\Phi_t^k}(f(\tilde{x}^n)) = l(Z(f(\tilde{x}^n),\Phi_t^k))$. Введем *функцию Шеннона длины минимальных диагностических тестов относительно локальных k-кратных слипаний переменных булевой функции, порожденных системой* $\Phi_t^k(\tilde{y}^k)$: $L_{k,t,\Phi_t^k}(n) = \max\limits_{f(\tilde{x}^n)} l_{k,t,\Phi_t^k}(f(\tilde{x}^n))$.

Ранее рядом авторов изучались некоторые близкие к рассматриваемым в данной работе тесты при неисправностях переменных в булевых функциях n переменных (так называемые тесты для входов схем). Следует отметить цикл работ В. Н. Носкова [1], [2], [3], [4], статью Н. Н. Нурмеева [5] и препринт Г. Р. Погосяна [6]. Были установлены точные значения функций Шеннона длин тестов следующих типов: полного проверяющего теста при константных неисправностях на входах схем [2] и единичного диагностического теста при константных неисправностях на входах схем [3], полного проверяющего теста при дизъюнктивных слипаниях переменных и проверяющего теста при дизъюнктивных слипаниях переменных кратности не более k [6], единичного проверяющего теста при инверсиях на входах схем [6]. С точностью до аддитивной константы 1 найдена функция Шеннона длины полного проверяющего теста при инверсиях на входах схем [6]. В [1] установлены: асимптотика логарифма функции Шеннона длины диагностического теста относительно константных неисправностей кратности не более k на входах схем (при $n \to \infty$, $k = o(n)$) и порядок логарифма функции Шеннона длины полного диагностического теста относительно константных неисправностей. В [3] доказана логарифмичность по n длины минимального единичного диагностического теста относительно константных неисправностей на входах для почти всех булевых функций n переменных. В [2] для почти всех булевых функций при константных неисправностях на входах схем доказаны линейность длины минимального полного проверяющего теста и равенство 3 длины минимального единичного проверяющего теста. В [4], [5] рассматривались классы произвольных неисправностей, преобразующих информацию на не более чем k входах, и было доказано, что для почти всех булевых функций n переменных при постоянном k существует стандартный диагностический тест логарифмической по n длины [4] и что при случайном выборе множества наборов некоторой логарифмической по n мощности при постоянном k это множество почти всегда образует диагностический тест [5].

В работе [7] была установлена (при стремящихся к бесконечности n, k и $(n-k)$) асимптотика вида $2^{k-1}(n-k)$ функции Шеннона длины полного проверяющего теста относительно локальных k-кратных слипаний переменных булевой функции, а также было показано, что почти все булевы функции (при стремящихся к бесконечности n и $(n-k)$) обладают полным проверяющим тестом длины 3 относительно локальных k-кратных слипаний переменных.

Каждый подкуб $\hat{B}$ n-мерного булева куба B^n будем задавать с помощью n-разрядного набора $\tilde{\kappa}(\hat{B})$ (кода подкуба $\hat{B}$) из нулей, единиц и двоек. Именно, пусть $\tilde{\kappa}(\hat{B})=(\kappa_1,\kappa_2,\ldots,\kappa_n)$, где $\kappa_s\in\{0,1,2\}$, $s=\overline{1;n}$. Тогда подкубу $\hat{B}$ принадлежат те и только те наборы $\tilde{\eta}=(\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_n)$ для каждого из которых при любом $s\in\{1,2,\ldots,n\}$ из того, что $\kappa_s\in\{0,1\}$, следует, что $\eta_s=\kappa_s$.

Пусть теперь $j\in\{1,2,\ldots,n-k+1\}$, а $\tilde{\alpha}=(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_{j-1})$ и $\tilde{\beta}=(\beta_{j+k},\beta_{j+k+1},\ldots,\beta_n)$ — наборы из нулей и единиц (каждый из них может быть пустым словом). Обозначим через $B^{\tilde{\alpha},\tilde{\beta}}_{(n,k,j)}$ подкуб, код которого имеет вид $\kappa(\hat{B})=(\tilde{\alpha},\tilde{2}^k,\tilde{\beta})$. Для произвольной булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ через $\Omega(f,n,t,k,j,\Phi,B^{\tilde{\alpha},\tilde{\beta}}_{(n,k,j)})$ обозначим матрицу, строкам которой соответствуют все (следующие в лексикографическом порядке) наборы подкуба $B^{\tilde{\alpha},\tilde{\beta}}_{(n,k,j)}$, а столбцам — функции неисправностей $f_{j,1}(\tilde{x}^n)$, $f_{j,2}(\tilde{x}^n)$, ..., $f_{j,t}(\tilde{x}^n)$; на пересечении строки набора $\tilde{\eta}^n\in B^{\tilde{\alpha},\tilde{\beta}}_{(n,k,j)}$ и столбца функции $f_{j,i}(\tilde{x}^n)$ стоит значение $f_{j,i}(\tilde{\eta}^n)$.

Через $M(\Phi^k_t)$ будем обозначать матрицу с размерами $2^k\times t$, столбцами которой являются все следующие в лексикографическом порядке столбцы значений функций из $\Phi_t^k(\tilde{y}^k)$, а через $\bar{M}(\Phi_t^k)$ — поэлементное отрицание матрицы $M(\Phi_t^k)$.

Лемма 1. 1) *Если* $f(\tilde{\alpha},\tilde{0}^k,\tilde{\beta}) = f(\tilde{\alpha},\tilde{1}^k,\tilde{\beta}) = \sigma$ $(\sigma \in \{0,1\})$, *то* $\Omega(f,n,t,k,j,\Phi,B_{(n,k,j)}^{\tilde{\alpha},\tilde{\beta}}) = [\sigma]_{2^k \times t}$ *(где* $[\sigma]_{2^k\times t}$ *— матрица размерами* $2^k \times t$, *каждый элемент которой равен* σ*).*
2) *Если* $f(\tilde{\alpha},\tilde{0}^k,\tilde{\beta}) = 0$, $f(\tilde{\alpha},\tilde{1}^k,\tilde{\beta}) = 1$, *то* $\Omega(f,n,t,k,j,\Phi,B_{(n,k,j)}^{\tilde{\alpha},\tilde{\beta}}) = M(\Phi_t^k)$.
3) *Если* $f(\tilde{\alpha},\tilde{0}^k,\tilde{\beta}) = 1$, $f(\tilde{\alpha},\tilde{1}^k,\tilde{\beta}) = 0$, *то* $\Omega(f,n,t,k,j,\Phi,B_{(n,k,j)}^{\tilde{\alpha},\tilde{\beta}}) = \bar{M}(\Phi_t^k)$.

Доказательство. Пусть $\tilde{\gamma}$ — произвольный k-разрядный булев набор, подаваемый на неисправные переменные $x_j,\ldots,x_{j+k-1}$. Тогда $f_{j,i}(\tilde{\alpha},\tilde{\gamma},\tilde{\beta}) = f(\tilde{\alpha},\underbrace{\varphi_i(\tilde{\gamma}),\ldots,\varphi_i(\tilde{\gamma})}_{k},\tilde{\beta})$. Теперь ясно, что в условиях пункта 1 леммы имеем $f_{j,i}(\tilde{\alpha},\tilde{\gamma},\tilde{\beta}) = \sigma$, в условиях пункта 2 — $f_{j,i}(\tilde{\alpha},\tilde{\gamma},\tilde{\beta}) = \varphi_i(\tilde{\gamma})$, в условиях пункта 3 — $f_{j,i}(\tilde{\alpha},\tilde{\gamma},\tilde{\beta}) = \bar{\varphi}_i(\tilde{\gamma})$, откуда и следуют утверждения леммы.

Лемма 2. (см., например, [8]). *Если строки теста* T *для матрицы* M *линейно зависимы относительно операций покоординатного сложения строк по модулю* 2 *и умножения строки на число* 0 *или* 1, *то тест* T *не является тупиковым.*

В следующей теореме будет получена верхняя оценка функции Шеннона $L_{k,t,\Phi_t^k}(n)$. Через $M^+(\Phi_t^k)$ будем обозначать матрицу, полученную из $M(\Phi_t^k)$ добавлением снизу строки из единиц.

Теорема 1. *Пусть* $n,k \in \mathbb{N}$, $2 \le k \le n$, $t \in \{1,2,\ldots,2^{2^k}\}$. *Тогда имеет место неравенство* $L_{k,t,\Phi_t^k}(n) \le w(M^+(\Phi_t^k)) \cdot (n-k+1) + 1$.

Доказательство. Образуем линейное пространство $\mathfrak{R}$ как линейную оболочку всех строк матрицы $M^+(\Phi_t^k)$ относительно операций покоординатного сложения строк по модулю 2 и умножения строки на число 0 или 1, а линейное пространство $\mathfrak{r}$ — как пространство из двух элементов 0, 1 относительно тех же операций. Ясно, что $\dim\mathfrak{R} = w(M^+(\Phi_t^k))$, $\dim\mathfrak{r} = 1$. Рассмотрим произвольную булеву функцию $f(\tilde{x}^n)$. Из леммы 1 следует, что каждая строка матрицы $Z(f(\tilde{x}^n),\Phi_t^k)$ (таблицы неисправностей) имеет вид $(\theta,\tilde{\xi}^{(1)},\dots,\tilde{\xi}^{(n-k+1)})$, где $\theta\in\mathfrak{r}$, $\tilde{\xi}^{(j)}\in\mathfrak{R}$ ($j=\overline{1;n-k+1}$). Линейную оболочку всех строк такого вида обозначим через $\mathfrak{S}$. Пусть линейное пространство $\mathfrak{S}_0$ состоит из двух векторов $(1,\tilde{0}^{t(n-k+1)})$ и $(0,\tilde{0}^{t(n-k+1)})$, а линейное пространство $\mathfrak{S}_j$ — из всех векторов $(0,\tilde{0}^{t(j-1)},\tilde{\xi},\tilde{0}^{t(n-j)})$ ($\tilde{\xi}\in\mathfrak{R}$, $j=\overline{1;n-k+1}$). Ясно, что $\mathfrak{S}=\mathfrak{S}_0\oplus\mathfrak{S}_1\oplus\ldots\oplus\mathfrak{S}_{n-k+1}$ (прямая сумма подпространств), а, значит, $\dim\mathfrak{S}=\sum\limits_{j=0}^{n-k+1}\dim\mathfrak{S}_j=1+w(M^+(\Phi_t^k))(n-k+1)$. Теперь утверждение теоремы следует (по лемме 2) из того, что минимальный диагностический тест для $f(\tilde{x}^n)$ относительно локальных k-кратных слипаний переменных является минимальным (и, значит, тупиковым) тестом для матрицы $Z(f(\tilde{x}^n),\Phi_t^k)$, и из произвольности выбора $f(\tilde{x}^n)$.

В дальнейшем будем для записи булевых наборов использовать символику записи слов в алфавите $\{0,1\}$, считая, что набор $(\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n)$ может быть записан как слово $(\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_n)$. При этом через $[s]^p$ будет записываться слово $\underbrace{ss\dots s}_{p\text{ раз}}$ (если слово s состоит из одного символа, квадратные скобки будут опускаться). Если же от слова $[s]^p$ берутся лишь первые r символов, это будет записано как $[s]^p|_r$.

Теорема 2. *Пусть $n,k\in\mathbb{N}$, $2\le k\le n$, $t\in\{1,2,\dots,2^{2^k}\}$. Тогда для всех n, начиная с некоторого,*

1) *при $t\ge 2$ имеет место неравенство $L_{k,t,\Phi_t^k}(n)\ge(l(\Phi_t^k)-1)\cdot(n-k+1)$,*

2) *а если, кроме того, ни в какой минимальный тест для матрицы $M(\Phi_t^k)$ не входит ее первая строка (или ни в какой минимальный тест для матрицы $M(\Phi_t^k)$ не входит ее последняя строка), то при $t\ge 2$ $L_{k,t,\Phi_t^k}(n)\ge l(\Phi_t^k)\cdot(n-k+1)$.*

Доказательство. При $k=n$ утверждения теоремы очевидны; будем далее считать, что $2\le k\le n-1$. Рассмотрим функцию $h(\tilde{x}^n)$, обращающуюся в нуль в точности на следующем множестве наборов

$$N_{\bar{h}} = \left\{ \tilde{\varepsilon}_1 = \left([0^k 1]^{\left\lceil \frac{n}{k+1} \right\rceil} \Big|_n \right),\ \tilde{\varepsilon}_2 = \left(1[0^k 1]^{\left\lceil \frac{n-1}{k+1} \right\rceil} \Big|_{n-1} \right),\ \tilde{\varepsilon}_3 = \left(01[0^k 1]^{\left\lceil \frac{n-2}{k+1} \right\rceil} \Big|_{n-2} \right),\right.$$

$$\left. \tilde{\varepsilon}_4 = \left(001[0^k 1]^{\left\lceil \frac{n-3}{k+1} \right\rceil} \Big|_{n-3} \right), \ldots,\ \tilde{\varepsilon}_k = \left(0^{k-2}1[0^k 1]^{\left\lceil \frac{n-k+1}{k+1} \right\rceil} \Big|_{n-k+1} \right),\ \tilde{\varepsilon}_{k+1} = \left(0^{k-1}1[0^k 1]^{\left\lceil \frac{n-k}{k+1} \right\rceil} \Big|_{n-k} \right) \right\}.$$

Последовательность наборов $\tilde{\varepsilon}_1, \ldots, \tilde{\varepsilon}_{k+1}$ обозначим через G_{k+1}.

Пусть $(j)'$ всюду далее означает число из множества $\{1, 2, \ldots, k+1\}$, сравнимое с j по модулю $k+1$ ($j \in \{1, \ldots, n-k+1\}$). Тогда через $\tilde{\alpha}_{(j)}$ обозначим набор, составленный из первых $j-1$ компонент набора $\tilde{\varepsilon}_{(j)'}$, через $\tilde{\beta}_{(j)}$ — набор, составленный из последних $n-k-j+1$ компонент набора $\tilde{\varepsilon}_{(j)'}$ (каждый из наборов $\tilde{\alpha}_{(j)}$, $\tilde{\beta}_{(j)}$ может быть пустым словом). Пусть $\hat{B}^{(j)'}$ — последовательность из идущих в лексикографическом порядке $2^k - 1$ наборов подкуба $B_{(n,k,j)}^{\tilde{\alpha}_{(j)}, \tilde{\beta}_{(j)}}$, начиная со второго ($j \in \{1, \ldots, n-k+1\}$). Матрицу $M(\Phi_t^k)$ без первой строки обозначим как $\hat{M}$, а первую строку матрицы $M(\Phi_t^k)$ назовем $\tilde{\mu}$. Обозначение $R_{(j)'}$ используем для матрицы $(k+1) \times t$, у которой строка с номером $(j)'$ есть $\tilde{\mu}$, а остальные элементы суть единицы. Пусть, далее, $J_{p,q} = [1]_{p \times q}$, $O_{p,q} = [0]_{p \times q}$ — матрица из нулей и матрица из единиц (соответственно).

Легко видеть, что для всякого входного набора функции $h(\tilde{x}^n)$, не лежащего в подкубах $B_{(n,k,j)}^{\tilde{\alpha}_{(j)}, \tilde{\beta}_{(j)}}$ ($j \in \{1, \ldots, n-k+1\}$), соответствующая ему строка таблицы неисправностей $Z(h(\tilde{x}^n), \Phi_t^k)$ состоит только из единиц, и этот набор не может входить ни в какой тупиковый тест для $h(\tilde{x}^n)$. Рассмотрим подматрицу матрицы $Z(h(\tilde{x}^n), \Phi_t^k)$, строки которой соответствуют наборам из $B_{(n,k,j)}^{\tilde{\alpha}_{(j)}, \tilde{\beta}_{(j)}}$. Именно, пусть $\hat{Z}$ — матрица, составленная из строк матрицы $Z(h(\tilde{x}^n), \Phi_t^k)$, соответствующих следующей последовательности входных наборов: G_{k+1}, $\hat{B}^{(1)'}$, $\hat{B}^{(2)'}$, …, $\hat{B}^{(n-k+1)'}$ (ясно, что в условиях теоремы все эти наборы попарно различны). Тогда по лемме 1 и определению функции h в соответствии с введенными выше обозначениями получим:

$$\hat{Z} = \begin{pmatrix} O_{k+1,1} & R_{(1)'} & R_{(2)'} & \dots & R_{(k+1)'} & R_{(k+2)'} & R_{(k+3)'} & \dots & R_{(n-k+1)'} \\ J_{2^k-1,1} & \hat{M} & J_{2^k-1,t} & \dots & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & \dots & J_{2^k-1,t} \\ J_{2^k-1,1} & J_{2^k-1,t} & \hat{M} & \dots & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & \dots & J_{2^k-1,t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ J_{2^k-1,1} & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & \dots & \hat{M} & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & \dots & J_{2^k-1,t} \\ J_{2^k-1,1} & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & \dots & J_{2^k-1,t} & \hat{M} & J_{2^k-1,t} & \dots & J_{2^k-1,t} \\ J_{2^k-1,1} & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & \dots & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & \hat{M} & \dots & J_{2^k-1,t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ J_{2^k-1,1} & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & \dots & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & J_{2^k-1,t} & \dots & \hat{M} \end{pmatrix}$$

Теперь утверждение теоремы с очевидностью следует из того, что для различения функций $h_{j_1,1}$, …, $h_{j_1,t}$ требуется по крайней мере $l(M(\Phi_t^k))$ наборов, среди которых лишь один может быть из $N_{\bar{h}}$, и лишь он может участвовать в различении функций $h_{j_2,1}$, …, $h_{j_2,t}$ ($j_1, j_2 \in \{1,\dots,n-k+1\}$, $j_2 \neq j_1$). Для завершения доказательства следует учесть лишь то, что $L_{k,t,\Phi_t^k}(h(\tilde{x}^n)) \le L_{k,t,\Phi_t^k}(n)$.

Теорема 3. *Пусть* $n,k,s,t \in \mathbb{N}$, $n \to \infty$, $2 \le k \le n$, $s \in \{1,\dots,2^k-1\}$, $s = s(n) \to \infty$. *Тогда можно указать последовательность* Φ_t^k $(t = t(n) \to \infty)$ *так, что* $L_{k,t,\Phi_t^k}(n) = s(n-k+1)(1+o(1))$.

Доказательство. Нижняя оценка функции Шеннона вытекает из части 2 теоремы 2, если положить $t = s+1$, а в качестве системы Φ_t^k взять систему, матрица которой $M(\Phi_t^k)$ имеет вид

$$M(\Phi_t^k) = \begin{pmatrix} \tilde{0}^t \\ \hat{E}_t \\ J_{2^k-t,t} \end{pmatrix},$$

где $\hat{E}_t$ — матрица, полученная из $E_t = \operatorname{diag}(\underbrace{1,1,\dots,1}_{t})$ удалением первой строки. Верхняя оценка функции Шеннона тривиальна (на 1 меньше числа столбцов таблицы неисправностей). Теорема доказана.

Теорема 4. *Пусть* $n, k \in \mathbb{N}$, $n \to \infty$, $k = k(n) \to \infty$, $2 \le k \le n$, $t = 2^{2^k}$. *Тогда* $L_{k,t,\Phi_t^k}(n) = 2^k (n-k+1)(1+o(1))$.

Доказательство. Легко видеть, что $l(M(\Phi_{2^{2^k}}^k)) = 2^k$, $w(M^+(\Phi_{2^{2^k}}^k)) = 2^k + 1$. Значит, по теоремам 1, 2 имеем:

$$(2^k - 1)(n-k+1) \le L_{k,t,\Phi_t^k}(n) \le (2^k + 1)(n-k+1) + 1,$$

откуда и следует утверждение теоремы.

Таким образом, при стремящихся к бесконечности числе переменных n и кратности слипания k ($2 \le k \le n$) установлено, что асимптотика функции Шеннона длины полного диагностического теста относительно локальных k-кратных слипаний переменных в булевой функции имеет вид $2^k(n-k+1)$.

Литература

1. Носков В. Н. Диагностические тесты для входов логических устройств // Дискретный анализ. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1974. № 26. С. 72-83.
2. Носков В. Н. О сложности тестов, контролирующих работу входов логических схем // Дискретный анализ. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1975. № 27. С. 23-51.
3. Носков В. Н. О длинах минимальных единичных диагностических тестов, контролирующих работу входов логических схем // Методы дискретного анализа в синтезе управляющих систем. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1978. № 32. С. 40-51.
4. Носков В. Н. Об универсальных тестах для диагностики одного класса неисправностей комбинационных схем // Методы дискретного анализа в решении экстремальных задач. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1979. № 33. С. 41-52.
5. Нурмеев Н. Н. Об универсальных диагностических тестах для одного класса неисправностей комбинационных схем // Вероятностные методы и кибернетика. Вып. 18. Казань: Изд-во КазГУ, 1982. С. 73-76.
6. Погосян Г. Р. О проверяющих тестах для логических схем. М.: ВЦ АН СССР, 1982. 57 с.
7. Кузнецов И. А., Романов Д. С. О полных проверяющих тестах относительно локальных слипаний переменных в булевых функциях // Ученые записки Казанского государственного университета. Серия «Физико-математические науки», 2009.Том 151, книга 2. Стр. 90-97.
8. Соловьев Н. А. Тесты (теория, построение, применение). Новосибирск: Наука (Сибирское отделение), 1978. 192 с.