

Автоколебания при взаимодействии сверхзвуковых течений с преградами.

В данной работе продолжены численные исследования круга вопросов, связанных с возникновением автоколебаний при натекании сверхзвуковой нерасчетной струи на преграду, которым были посвящены работы [1- 3]. Эта тематика рассматривалась также в целом ряде работ последнего десятилетия [4 - 10]. Для приложений представляет интерес широкий диапазон ситуаций, в которых имеют место эти явления и которые отличаются как характеристиками набегающих потоков, так и геометрией преграды. Иногда эти колебания нежелательны, в других случаях требуется добиться их максимальной интенсификации (как в резонаторе Гартмана). Можно ожидать, что в механизмах развития автоколебаний в разных случаях имеются общие закономерности. Изучение этих закономерностей и зависимостей от таких внешних условий, которыми можно управлять, является актуальным. Трудность решения этих вопросов состоит в сложной структуре пространственно-временных взаимодействий разных частей потока, многочисленности факторов, существенно влияющих на результат, в необходимости отслеживать динамику их поведения в достаточно большой области, примыкающей к соплу и преграде.

Численные методы имеют большие возможности для изучения таких сложных процессов, поскольку в численных экспериментах, в отличие от физических, не составляет проблемы установка датчиков в любых частях рассматриваемой области и целенаправленное изменение любых параметров, влияющих на результат.

Рассматривается осесимметрическая модель на базе дивергентных уравнений Эйлера в цилиндрических координатах x, r :

$$L(U) = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial r} + H(U) = 0 \quad (1)$$

где

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ (p+e)u \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho rv \\ p + \rho v^2 \\ (p+e)v \end{pmatrix}, \quad H = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho rv \\ \rho v^2 \\ (p+e)v \end{pmatrix}$$

здесь u, v - компоненты скорости по осям x, r , p, ρ - давление и плотность, $e = 0.5\rho(u^2 + v^2) + p/(\gamma - 1)$ - полная энергия, γ - показатель адиабаты.

Общая для всех расчетов постановка задачи такова: в начальный момент во всей расчетной области ($0 < x < x_N$, $0 < r < r_N$) находится покоящийся газ с параметрами $p_0, \rho_0, u = v = 0, \gamma$. На левой границе области ($x = 0$) расположено выходное сечение сопла радиуса r_1 , где задаются параметры вдвухаемого однородного потока $u = u_1, v = 0, p = p_1, \rho = \rho_1$, которые иначе можно определить заданием числа Маха M_1 , показателя адиабаты γ и нерасчетности n

при условии равенства температур $T_0 = T_1$. На расстоянии l от сопла помещается цилиндрическая преграда радиуса r_c (соосная с соплом) бесконечной длины, которая представляет собой полузамкнутую полость с тонкими стенками, обращенную открытым концом к соплу и имеющую глубину L . В частности при $L = 0$ это цилиндрический торец. При больших L , когда донная часть полости выходит за правую границу основной расчетной области ($x = x_N$), в этой части полости применялись одномерные уравнения. Во всех вариантах $\gamma = 1.4$. Граничные условия: при $x = 0, r > r_1$ и на боковых стенках и дне полости - условия непротекания, а на остальных (свободных) границах, то есть $r = r_N, 0 < x < x_N$ и $x = x_N, r > r_c$ - так называемые неотражающие граничные условия [11]. В некоторых вариантах на внешней границе $r = r_N$ при появлении отрицательной радиальной компоненты скорости $v < 0$ задавались значения давления и плотности равные соответственно $\alpha p_N + (1 - \alpha)p_0, \alpha \rho_N + (1 - \alpha)\rho_0$, где p_N, ρ_N - величины, полученные с использованием неотражающих условий, значение α варьировалось. Использовалась явная разностная схема сквозного счета третьего порядка точности [12], шаги сетки $h_x = 0.1, h_r = 0.05$. Изучалось натекание сверхзвуковых струй с различными числами Маха M_1 и нерасчетностями n на преграды указанного выше типа. Варьировались радиус преграды r_c , глубина полости L , расстояние от сопла до преграды l и некоторые граничные условия. Результаты иллюстрируются графиками колебания давления на дне полости и в других точках как функции времени $p(t)$. Поскольку изменение нерасчетности приводит к наиболее существенным качественным изменениям в решении, изложение ведется отдельно для каждого из рассмотренных значений $n = 1.2, 2, 3$

1. При величине нерасчетности $n = 1.2$ задавались следующие начальные данные: параметры покоящегося газа - $\rho_0 = 1.8, p_0 = 1$, для сверхзвукового потока, истекающего из сопла радиуса 1 - $\rho_1 = 2.154, p_1 = 1.2, u_1 = 1.764, v_1 = 0$, радиус преграды $r_c = 1$.

Структура течения и механизм развития автоколебаний для этого случая подробно описаны в [1]. В данной работе приводятся результаты расчетов, показывающие зависимость основных параметров этих колебаний от расстояния l между соплом и преградой и глубины полости L . Рисунки 1 - 4 показывают изменения периода и амплитуды колебаний давления в центре торца ($L = 0$) при изменении расстояния l , которое принимает значения 3.5, 4, 5.5 и 6 соответственно. Как видно, при $l = 3.5$ (рис.1) колебания происходят с периодом ≈ 13 , хотя чередование всплесков с большей и меньшей амплитудой показывает, что эта величина l находится на границе X_H интервала значений l , при которых будут происходить более низкочастотные колебания. Действительно, уже при $l = 4$ (рис. 2) колебания происходят с основным периодом $\approx 25-26$, на которые, правда, продолжают накладываться более высокочастотные колебания с меньшей амплитудой. Верхняя граница этого интервала X_K находится между значениями l 5.5 и 6 (рис. 3 и 4). При $l \geq 6$ снова начинается зона высокочастотных колебаний.

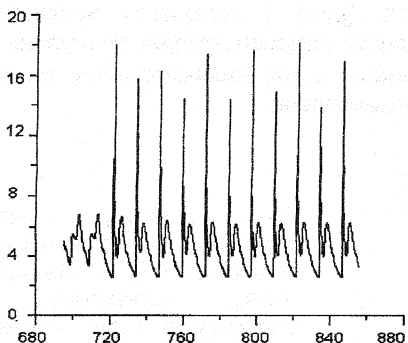


Рис. 1.

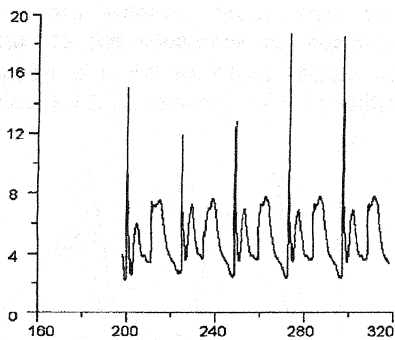


Рис. 2.

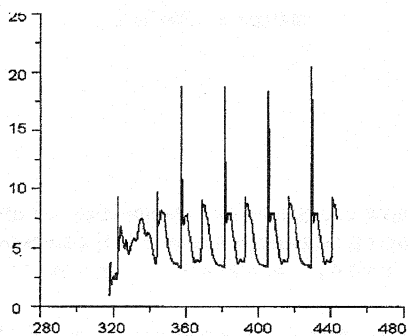


Рис. 3.

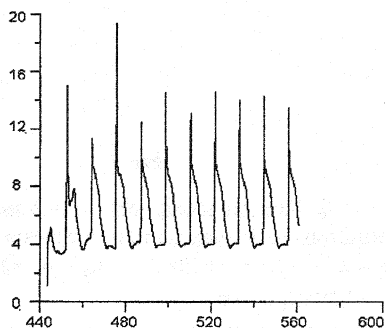
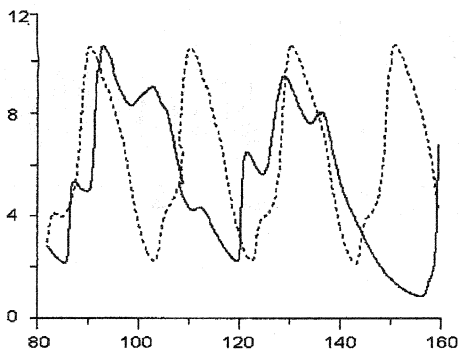


Рис. 4.

Эмпирические формулы из работы [13], полученные из физических экспериментов с достаточно длинными трубами, дают значения начала первой зоны низкочастотных колебаний $X_H = (0.86 M \sqrt{\gamma n} - 1)2 = 2.4$ и конца $X_K = (1.05 M \sqrt{\gamma n} - 0.33)2 = 4.8$ Таким образом, для $L=0$ эта зона значительно смещается, но длина ее меняется мало и хорошо совпадает с экспериментом.

Еще одна серия расчетов для $n=1.2$ (рис.5) показывает зависимость характеристик колебаний $p(t)$ от геометрии преграды, которая поставлена на расстоянии $l=4.5$ от сопла и представляет собой цилиндрическую полость глубины $L=4.5$ (пунктир) , $L=8$ (сплошная линия).



Здесь отметим хорошее совпадение значений периода колебаний D для полости с $L=8$, полученных по известной из теории акустики формуле

$$D = 4L/c_0 \quad (2)$$

и из расчетов. Как видно из рис. 5, в численном решении эта величина равна ≈ 38 , а формула (2) дает для нашего случая ($r_c=1, p_0=1, \rho_0=1.8$) значение $D \approx 36.4$.

Рис. 5.

2. Для нерасчетности $n=2$ значения определяющих газодинамических и геометрических параметров соответствуют приведенным в работе [14] а именно: $n_1=2, M=1.5, r_c=1.12r_1, p_0=\rho_0=1, \gamma=1.4, u_0=v_0=0, p_1=\rho_1=2, u_1=1.7745, v_1=0$.

В расчетах, результаты которых приведены здесь, L и l варьировались. В [14] проводились физические эксперименты с резонатором при $L=55.6, l=8$.

Основное качественное изменение в структуре течения по сравнению с $n=1.2$ состоит в изменении характера воздействия течений с отрицательной радиальной составляющей скорости на структуру решения в окрестности преграды и их роли в поддержании автоколебательного режима. При $n=1.2$ эти течения и возникающая под их воздействием цилиндрическая волна сжатия беспрепятственно достигали оси перед преградой, создавая там зону повышенного давления, оказывающую существенное воздействие на развитие автоколебаний. Устанавливался резонанс между двумя процессами. Один из них - ударно-волновое взаимодействие вдоль оси между струей и отраженными от преграды волнами, а другой - упомянутые радиальные течения, зарождающиеся в виде всерного растекания от оси при отражении от преграды (или при истечении из полости после отражения от дна волн сжатия) и возвращающиеся затем к оси. Уже при $n=2$ более существенным становится взаимодействие возвратного радиального течения с периферийной частью струи, повышающее значения

p, ρ на краю преграды по сравнению с их значениями на оси перед преградой. Это способствует интенсификации натекания на преграду (или затекания в полость) в периферийной части и приводит к развороту натекающего а нее потока вдоль торца к оси (то же самое происходит в полости) и к возникновению на оси возвратного осевого течения от преграды к соплу. В случае $n=1.2$ таких течений при $L=0$ практически не возникало, наиболее интенсивное натекание на преграду и затекание в полость происходило в окрестности оси, а при $n_1=2$ интенсивное затекание в полость на периферии продолжается даже тогда, когда на оси происходит не менее интенсивное истечение. Приведем некоторые конкретные данные, относящиеся к указанному выше варианту для $L=l=5$ (график колебаний давления $p(t)$ в центре дна показан на рисунке 6)

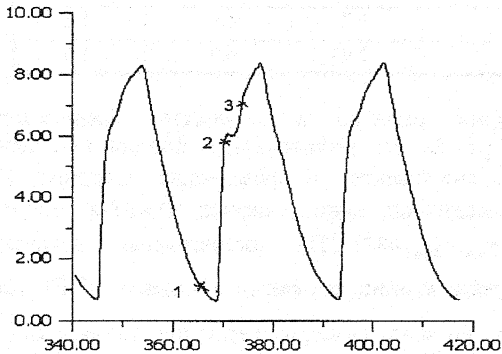


Рис. 6.

Начинается разворот потока от стенок к оси на дне полости. На графике этот момент соответствует точке 2 ($t=374$). Примерно к этому моменту цилиндрическая волна сжатия доходит до оси, значения плотности перед входом в полость при $r=0$ и $r=1$ становятся равными, а при $t=376$ (точка 3 на рисунке) эти величины принимают значения соответственно 3.3 и 2.3. Как видно из рисунка, в этот момент $p(t) \approx 7$. Около горловины полости при $r=1$ $\min v = -0.4$, $u \approx 1$, а на оси по всей длине трубы $u < 0$ ($\min u = -0.4$). В дальнейшем истечение начинается уже по всему сечению горловины, но на оси оно происходит гораздо интенсивнее. Зона отрицательных значений u по оси распространяется намного дальше от полости в сторону сопла, чем по границе струи, где истекающий из полости газ, сталкиваясь со струей, разворачивается, превращаясь в быстро нарастающий веерный поток, разлетающийся со скоростью, превышающей скорость звука. Основные

Начальная стадия затекания. На рисунке этому моменту соответствует точка 1 ($t=368$). При $r \approx 1$, $4.5 \leq x \leq 5$, то есть в окрестности горловины полости, появляются отрицательные значения v , $\min v \approx -0.2$, $\max \rho \approx 1.2$, тогда как на оси на таком же расстоянии от полости $\rho \approx 0.4$. В горловине $u \approx 0$ на оси и $u \approx 1.2$ на краю. В самой трубе на оси $u < 0$ по всей длине трубы ($\min u \approx -0.5$).

В следующей фазе затекание становится более интенсивным, особенно по краю, где $u > 0$ по всей длине трубы ($\max u \approx 1.2$), тогда как на оси $u < 0$ ($\min u \approx -0.4$).

числовые данные, характеризующие динамику процессов в окрестности преграды, можно свести в таблицу:

t	$t_1=368$	$t_2=374$	$t_3=376$
$\max \rho$ перед входом в полость при $r=1$	1.2	2	2.3
$\min \rho$ перед входом в полость при $r=0$	0.4	2	3.3
$\min v$ перед входом в полость при $r=1$	-0.2	-0.3	-0.4
u в горловине на оси	0.2	0	-0.2
u в горловине при $r=1$	1.2	1.2	1
ρ на дне полости ($r=0$)	0.7	3.8	4.8
ρ на дне полости ($r=1$)	0.7	4.1	5.1
p на дне полости ($r=0$)	0.09	6.0	7.0

Далее проведем сравнение расчетов и результатов физического эксперимента для $n=2, L=55.6r_1, l=8r_1$ из работы [14], в которой помещена осциллограмма давления $p(t)$ на дне полости в физических единицах. Из осциллограммы можно извлечь следующие данные: период $D \approx 0.009$ секунд, амплитуда колебаний $\Delta p = p_{\max} - p_{\min} \approx 8 \cdot 10^5$ Па, безразмерная величина амплитуды $\Delta p/p_0 = 8$ безразмерных единиц, так как $p_0 = 1 \text{ атм.} \approx 10^5$ Па. Для обезразмеривания периода D нужно знать размерную величину радиуса сопла r_1 . Воспользуемся формулой (2). Подставляя в нее размерные значения $D, c_0 = 30\,000$ см/сек и $L = 55.6r_1$, получим $r_1 \approx 1.21$ см. Имея это значение r_1 , обезразмерим время t , отнеся его к $r_1/\sqrt{p_0/\rho_0}$, откуда значение периода D будет равно ≈ 188 безразмерных единиц.

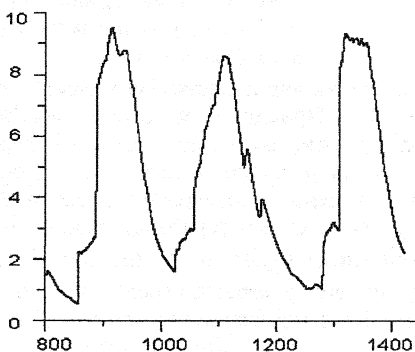


Рис. 7.

расчеты велись по одномерной модели.

Сравним эти экспериментальные величины $\Delta p, D$ с расчетными, отраженными на графике $p(t)$ (рис 7), полученными в результате расчетов на сетке с теми же шагами, но на расширенной по радиусу счетной области: $r_N = 10.5$. В расширении счетной области по x вне трубы, как подтвердили расчеты, нет необходимости. В самой трубе, начиная с расстояния 5 от горловины

Поскольку расчеты автоколебаний при таком большом периоде требуют значительного расхода машинного времени, а для полного установления периодического режима необходимо иногда просчитать десятки периодов, не удивительно, что на графике заметны существенные различия в поведении $p(t)$ в разных периодах. Поэтому естественно взять средние величины по трем периодам, изображенным на рисунке

$p_{\max} = (9.5 + 8.8 + 9.1)/3 \approx 9.1$, $p_{\min} = (0.6 + 1.7 + 1.1)/3 = 1.1$, откуда среднее $\Delta p = 8$, то есть совпадает с величиной, полученной из осциллограммы. Среднее значение для D получим как $1/3$ расстояния по t между крайними точками $\min p$ то есть примерно $(1430 - 850)/3 \approx 193$, либо как половину расстояния между крайними максимальными значениями p , то есть $0.5(1320 - 920) = 200$. В обоих случаях расхождение с результатом эксперимента (188) не превышает 5%.

Таким образом, результаты сравнения подтверждают пригодность применяемой здесь методики для изучения обтекания преград сверхзвуковыми струями с небольшими нерасчетностями.

3. При нерасчетности $n=3$ изучалась зависимость результатов обтекания цилиндрического торца от величины его радиуса r_c и от граничных условий. Исходные данные: $M_1 = 1.5$, $u_1 = 1$, $v_1 = 0$, $p_1 = 0.317$, $\rho_1 = 1$, $u_0 = v_0 = 0$, $p_0 = 1/3$, $\rho_0 = 0.1056$, $\rho_0 = 1/3$, $\rho_1 = 0.333$, $l = 6$.

Основные качественные изменения в полученных решениях по сравнению с $n=1.2$ и $n=2$ связаны с дальнейшим возрастанием роли взаимодействия возвратных радиальных потоков с периферийной частью струи в формировании структуры решения в окрестности преграды. При $n=3$ разворот набегающего потока на торце от края к центру и затем вдоль оси x от торца к соплу – это явление, присутствующее на большей части периода, от фазы интенсивного натекания струйного потока на торец, сопровождающегося веерным растеканием его, до фазы оттока газа от торца по всему сечению ($u < 0$ при $r \leq r_c$). На всем этом временном интервале на оси присутствует примыкающая к торцу область, где сохраняются отрицательные значения u . Подтверждением того, что роль радиальных возвратных течений остается существенной и при $n=3$ являются расчеты, в которых эти возвратные течения блокируются на внешней границе $r = r_N$, а именно: вместо вычисляемой по обычному алгоритму величины v берется величина $\tilde{v} = 0.5(v + |v|)$.

В графике, приведенном на рисунке 8, начиная от запуска струи до $t = 40$ эта блокировка включалась, и колебания практически не возникали. Далее, при $t \in (40, 150)$ блокировка снята, колебания возникли, и амплитуда их быстро выросла. При $t > 150$ блокировка опять включена, и колебания затухли.

Результаты этого расчета указывают, с одной стороны, на недостаточные размеры счетной области в радиальном направлении ($r_N = 3.5$), а с другой – подтверждают принципиальную возможность влиять на автоколебания через периферийную область.

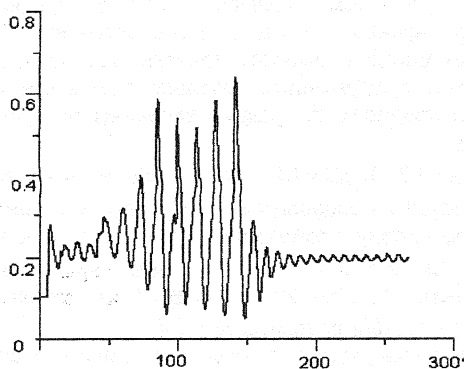


Рис. 8.

струи, вкладываемой во взаимодействие ее с преградой. Это приводит к появлению сначала периферийного максимума давления на краю торца и затем к распространению волны сжатия к оси. Если этот процесс происходит синхронно с приходом и отражением от торца волны, идущей вдоль оси от центрального скачка, то достигается наибольший эффект роста давления в центре торца. Если же между радиальными и осевыми процессами возникает сдвиг по фазе, в центре торца появляются два локальных максимума давления. При натекании этой же струи на торец большого диаметра, когда вся струя постоянно взаимодействует с преградой, поперечные колебания струи не дают такого эффекта, и амплитуда колебаний, которые определяются теперь в основном только ударно-волновыми процессами в осевом направлении, падает в несколько раз. При этом резко падает и $\max p$ на преграде.

Еще одна серия расчетов посвящена изучению влияния на амплитуду автоколебаний вдува спутной расчетной сверхзвуковой струи через кольцевое сопло радиуса r_1' , примыкающее к центральному соплу. Варьировались r_1' и r_c . На рисунке 9 представлен $p(t)$, показывающий принципиальную возможность увеличения амплитуды колебаний при включении спутной кольцевой струи. Здесь цилиндр радиуса $r_c = 1.7$ обтекается струей с параметрами, заданными выше, и до $t=150$ спутного вдува нет. Установились автоколебания с определенной амплитудой. При $t=150$ включен вдув через кольцевое сопло с внешним радиусом $r_1' = 1.5$, $M_1' = 1.5$. Это возмущение сначала разрушило сложившийся режим и привело к резкому уменьшению амплитуды, но затем происходит установление нового режима автоколебаний с большей амплитудой, чем до включения вдува. При этом увеличился и период D .

При увеличении r_N в два раза, то есть до 7, отрицательные радиальные составляющие скорости появляются уже внутри области, на расстоянии 3-3.5 от оси, и результаты их блокирования остаются теми же. В целом результаты численных экспериментов, приведенные выше, показывают существенную роль периферийных течений с отрицательной радиальной составляющей скорости в возникновении автоколебаний. При этом важно, что их воздействие на струю наиболее существенно в области между центральным скачком и преградой. Именно это вызывает поперечные биения струи около преграды, которые приводят к изменениям доли энергии сверхзвуковой части

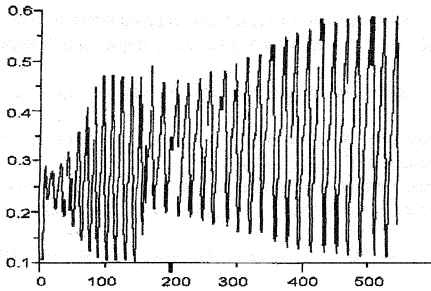


Рис 9

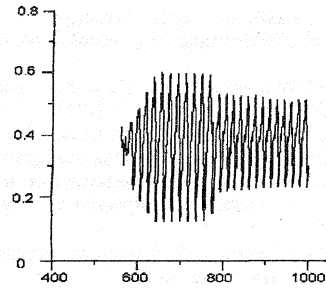


Рис 10.

Результаты дальнейших расчетов показали, что существует некоторое макси-мальное значение r_1' такое, что при дальнейшем его увеличении амплитуда снова начинает убывать (рис. 10).

На рисунке график $p(t)$ показывает убывание амплитуды при увеличении r_1' от 2.0 до 2.5, которое произведено в момент $t=766$. Здесь $r_c = 2.0$

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант № 99-01-00129)

Литература.

1. Базаров С.Б., Росляков Г.С., Садков Ю.Н., Шустова М.В. Сверхзвуковые нерасчетные струи и их взаимодействие с преградами. // Мат. моделирование, т.8, №6, 1996, стр.19-23.
2. Базаров С.Б., Росляков Г.С., Садков Ю.Н., Шустова М.В. Численное моделирование автоколебаний при натекании сверхзвуковой нерасчетной струи на полость. // Обратные задачи естествознания. МГУ, 1997, стр 181-188.
3. Росляков Г.С., Садков Ю.Н.. Влияние граничных условий на автоколебания в резонаторе Гартмана. // Методы математического моделирования. МГУ, 1998, стр.69-75.
4. Антонов А.Н., Купцов В.М., Комаров В.В. Пульсации давления при струйных и отрывных течениях. М.: Машиностроение, 1990, 271 с
5. Ляхов В.Н., Поддубный В.В., Титаренко В.В. Воздействие ударных волн и струй на элементы конструкций. М.: Машиностроение, 1989, 392 с.
6. Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. Газодинамика процессов истечения. Новосибирск: Наука, СО, 1984, 231 с.
7. Котов А.И., Угрюмов Е.А. Пульсации при взаимодействии сверхзвуковой струи с полостью // Вестн. ЛГУ, 1984, №1, стр.11-17.
8. Глазнев В.Н., Демин В.С., Миронов С.Г. Экспериментальное исследование автоколебаний при втекании сверхзвуковой недорасширенной струи в полузаткнутую цилиндрическую полость. // Газодинамика и акустика струйных течений. СО АН СССР, Новосибирск, 1987, стр.85-90.
9. Усков В.Н., Цымбалов В.В., Цымбалова Е.Н. Численное решение задачи о нестационарном взаимодействии сверхзвуковой струи с преградой // Моделирование в механике. Том 1 (18), №6, стр.151-158. Новосибирск, 1987.

10. Альбазаров Б.Ш. Численное моделирование взаимодействия сверхзвуковой струи с преградой. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук, Красноярск, 1991.
11. Thompson K.W. Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems // J.Comp.Phys. 1987, v.68, No.1, p.1-24.
12. Садков Ю.Н. Один класс схем третьего порядка точности для гиперболических уравнений // Численные методы в аэродинамике, МГУ, 1980, стр.85-91.
13. Угрюмов Е.А. Газодинамика взаимодействия сверхзвуковой струи с тупиковым каналом. // Газодинамика и акустика струйных течений. СО АН СССР, Новосибирск, 1987, стр.66-73.
14. Угрюмов Е.А. Газодинамические процессы в генераторе Гартмана // Вестн. ЛГУ, сер.1, 1986, вып.4, стр. 30-36.