

*В.В. Трофимов*

**ПАКЕТ ПРОГРАММ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ  
ГАРМОНИКИ В ТРЁХМЕРНОМ СЛУЧАЕ И  
ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЕГО РЕЗУЛЬТАТОВ В СРЕДЕ  
WINDOWS\***

**1. Введение**

Как известно, генерация второй гармоники (ГВГ) оптического излучения является одним из фундаментальных эффектов нелинейной оптики (например [1-6]). Она изучается с момента зарождения нелинейной оптики, так как например на основе ГВГ можно преобразовывать энергию излучения на одной длине волны в энергию волны на удвоенной частоте. На основе этого явления в настоящее время осуществляется также диагностика вещества, оптические переключатели и т.д. Следует подчеркнуть, что для лазерных импульсов вплоть до их субпикосекундной длительности ( $\tau \geq 100$  фс,  $\tau$  – длительность импульса) достигнута близкая к 100% эффективность преобразования энергии волны основной частоты. Для световых же импульсов фемтосекундной длительности в физических экспериментах достичь такой эффективности не удалось [7-15]. Основная причина такого положения заключается во влиянии самовоздействия волн на основной и удвоенных частотах из-за действия кубичной нелинейности, которое становится существенным для импульсов фемтосекундной длительности [7]. Поэтому компании, производящие лазеры (например IMRA), до последнего времени применяют следующую технологию при удвоении частоты фемтосекундных импульсов. Сначала длительность импульсов “растягивается” до пикосекундного диапазона. Затем осуществляется высокоэффективная ГВГ. После этого импульс второй гармоники сжимается до фемтосекундного диапазона.

В [16-23], используя инварианты (законы сохранения), удалось построить аналитическое решение задачи ГВГ с учётом самовоздействия волн в, так называемом, приближении длинных импульсов. Это решение позволило объяснить реализуемые в физических экспериментах

---

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ (коды проекта 06-01-08006, 05-01-00507)

зависимости и описать возможные способы достижения высокоэффективной ГВГ фемтосекундных высокоинтенсивных импульсов. Важно подчеркнуть, что в этом случае может иметь множественность решения, соответствующая высокоэффективной и низкоэффективной ветви решения. В физических экспериментах реализуется именно низкоэффективная ветвь решения задачи. Однако имеется возможность переключения на другую ветвь, соответствующую режиму генерации с высокой эффективностью.

Построенные решения имеют большое значение как для практического анализа максимально возможной в данных условиях эффективности преобразования энергии основной частоты в энергию второй гармоники, так и для тестирования и контроля применяемых для компьютерного моделирования разностных схем. Очевидно, построенное аналитическое решение может служить в качестве их теста. Исходя из этих двух положений, оно также встроено в предлагаемый пакет программ и приведены соответствующие аналитические выражения для каждого из возможных режимов удвоения частоты.

Важным моментом предлагаемого пакета программ является визуализация полученных результатов компьютерного моделирования. Очевидно, что проанализировать закономерности нелинейного взаимодействия двух световых импульсов в трёхмерном случае можно лишь при соответствующей визуализации результатов. Для этого в данном пакете имеется широкий набор представления результатов в виде сечений решения в заданной плоскости пространства, интегральных характеристик, трёхмерных графиков и avi – файлов. Программа позволяет также анализировать и соответствующие характеристики решения в Фурье – пространстве. Следует также подчеркнуть, что разработанный пакет программ визуализации позволяет осуществить просмотр полученных при компьютерном моделировании результатов с различной степенью подробности, которая требуется пользователю. Например, можно выделить отдельные (любые) пространственные области, в которых требуется просмотреть решение или заданный диапазон изменения решения. Подчеркнём также, что в программу встроены программы перекодировки данных, позволяющие непосредственно использовать результаты компьютерного моделирования, полученные в среде Unix, без привлечения дополнительных программ. Имеется также возможность перекодировки данных и текста программы решения уравнений Шредингера из кодировки Dos в кодировку Unix.

Разработанный пакет программ для визуализации результатов компьютерного моделирования и исследования различных режимов генерации второй гармоники реализован на языке Delphi с использованием

библиотеки OpenGL. Он предоставляет пользователю дружелюбный интерфейс, содержит всю необходимую информацию о применении данного пакета. В данном пакете программ взаимодействие с программой решения системы нелинейных уравнений Шредингера происходит на уровне использования результатов её работы и формулирования для неё начальных данных.

## 2. Основные уравнения и инварианты

В аксиально-симметричном случае распространение световых пучков в среде с квадратичной и кубичной нелинейностями с учетом различия групповых скоростей и дисперсионных эффектов второго порядка описывается следующей системой безразмерных уравнений:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + v_1 \frac{\partial A_1}{\partial t} + iD_1 \Delta_r A_1 + iD_1 \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} + i\gamma A_1^* A_2 e^{-i\Delta k z} + i\alpha A_1 (|A_1|^2 + (1 + \beta)|A_2|^2) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + v_2 \frac{\partial A_2}{\partial t} + i \frac{D_r}{2} \Delta_r A_2 + iD_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} + i\gamma A_1^2 e^{i\Delta k z} + i2\alpha A_2 (|A_1|^2 + |A_2|^2) = 0$$

с начальными

$$A_{1|_{z=0}} = A_{01} f_r(r) f_t(t), \quad A_{2|_{z=0}} = A_{02}(r, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq L_t, \quad 0 \leq r \leq L_r, \quad (2)$$

и граничными условиями

$$A_j|_{r=0, L_r} = 0, \quad 0 \leq t \leq L_t, \quad r \frac{\partial A_j}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad A_j|_{r=L_r} = 0, \quad 0 \leq t \leq L_t; \quad 0 \leq z \leq L_z, \quad j=1, 2. \quad (3)$$

Здесь  $t$  – безразмерное время в сопровождающей импульс основной волны системе координат,  $L_t$  – максимальное его значение, в течение которого анализируется рассматриваемый процесс,  $z$  – нормированная на дифракционную длину пучка основной волны продольная координата,  $L_z$

– безразмерная длина нелинейной среды,  $\Delta_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right)$  – оператор

Лапласа по поперечной к направлению распространения светового пучка координате  $r$ ,  $L_r$  – её максимальный размер.  $D_j$  – коэффициенты, характеризующие дисперсию второго порядка,  $D_r$  – коэффициент дифракции, который в выбранной нормировке равен единице,  $\gamma$  – коэффициент нелинейной связи взаимодействующих волн, характеризующий квадратично нелинейные эффекты,  $\Delta k$  – безразмерная расстройка их волновых чисел,  $\alpha$  – коэффициент самовоздействия волн, характеризующий кубично нелинейные эффекты,  $A_j$  – комплексные амплитуды гармоник, нормированные на квадратный корень из максимальной интенсивности первой гармоники на входе среды ( $z=0$ ). Функции  $f_r(r)$  и  $f_t(t)$  определяют начальное распределение комплексной

амплитуды основной волны по поперечной координате и времени. Параметры  $\nu_j$  пропорциональны обратным величинам групповых скоростей волн второй гармоники и основной частоты. Параметр  $\beta$  учитывает вклад наведённых взаимодействующими волнами различных решёток диэлектрической проницаемости.

Связь безразмерных и физических параметров записана ниже: в разделе описания программы.

Задача (1) – (3) обладает следующими инвариантами:

$$I_1 = \int_0^{L_r} \int_0^{L_t} (|A_1|^2 + |A_2|^2) r dr dt, \quad (4)$$

$$I_2 = \int_0^{L_r} \int_0^{L_t} (2A_1 \frac{\partial A_1^*}{\partial t} + A_2 \frac{\partial A_2^*}{\partial t}) r dr dt, \quad (5)$$

$$I_3 = \int_0^{L_r} \int_0^{L_t} [-2D_r \left| \frac{\partial A_1}{\partial r} \right|^2 - \frac{D_r}{2} \left| \frac{\partial A_2}{\partial r} \right|^2 - 2D_1 \left| \frac{\partial A_1}{\partial t} \right|^2 - D_2 \left| \frac{\partial A_2}{\partial t} \right|^2 - 2\nu_1 (A_1 \frac{\partial A_1^*}{\partial t}) - \nu_2 (A_2 \frac{\partial A_2^*}{\partial t})] r dr dt + \int_0^{L_r} \int_0^{L_t} [\gamma (A_2 A_1^{*2} e^{-ikz} + A_2^* A_1^2 e^{ikz}) - \Delta k (2|A_1|^2 + |A_2|^2) + \alpha (|A_1|^4 + |A_2|^4 + 2(1 + \beta) |A_1|^2 |A_2|^2)] r dr dt, \quad (6)$$

значения которых необходимо контролировать при компьютерном моделировании. Заметим, что при компьютерном моделировании от двух параметров  $\nu_1$  и  $\nu_2$  целесообразно перейти к одному параметру  $\nu$ , характеризующему разность групповых скоростей взаимодействующих волн, так как именно от неё зависит взаимодействие. Для этого, как правило, переходят в сопровождающую импульс основной частоты систему координат. Тогда параметр  $\nu_1$  в (1) равен нулю ( $\nu_1 = 0$ ), а параметр  $\nu_2 = \nu$ . Соответственно в инварианте  $I_3$  вместо двух слагаемых с  $\nu_1$  и  $\nu_2$  останется только одно слагаемое с  $\nu_2 = \nu$ .

### 3. Описание структуры программы и её запуска

Запуск программы SGH\_Parameters, осуществляющей обработку результатов расчётов по программе 3D\_ГВГ и подготовку для неё входных параметров, а также анализ возможного режима генерации второй гармоники с учётом действия кубичной нелинейности, может быть выполнен из любой директории. В этой директории должны содержаться следующие поддиректории (Рис.1), часть из которых описаны в этом пункте. Описание остальных будет дано ниже.

Имя	Тип	Размер	Дата	Атриб
[.]	<DIR>		02/21/2007 18:30	-c
[Analytical.dat]	<DIR>		02/21/2007 18:29	-c
[avi]	<DIR>		02/21/2007 18:29	-c
[Data_Transformation]	<DIR>		02/21/2007 18:29	-c
[Input_for_Sch.dat]	<DIR>		02/21/2007 18:29	-c
[Phys_Dat]	<DIR>		02/21/2007 18:29	-c
[Plane.dat]	<DIR>		02/21/2007 18:29	-c
[Profile3_D.dat]	<DIR>		02/21/2007 18:29	-c
[Schrodinger.dat]	<DIR>		02/21/2007 18:29	-c
Help	pdf	3.232.343	07/07/2003 05:37	ra-c
SGH_Parameters	exe	1.753.600	02/21/2007 15:26	a-c

Рис.1. Директория, содержащая программу SHG\_Parameters.exe и необходимые для её работы поддиректории

1. Analytical.dat – содержит файлы (Рис.2):

Input\_Analytical.dat, в который осуществляется запись текущих значений  $\alpha, \gamma$ , необходимых для построения аналитического решения;

K\_m&ks\_m.dat, который необходим при построении аналитического решения.

Имя	Тип	Размер	Дата	Атриб
[.]	<DIR>		01/31/2007 13:33	a-
Input_Analytical	dat	171	05/25/2006 13:19	a-
K_m&ks_m	dat	4.141	12/01/2005 23:36	a-

Рис.2. Содержимое директории Analytical.dat.

2. Input\_for\_Sch.dat – содержит файл:

Input1.dat, необходимый для вывода параметров по кнопке

Input Parameter for NSE (f,z,t). В него, а также в Input2.dat записывается информация, используемая в программе 3D\_ГВГ для компьютерного моделирования процесса ГВГ.

Имя	Тип	Размер	Дата	Атриб
[.]	<DIR>		01/26/2007 14:02	a-
Input1	dat	587	01/29/2007 18:28	a-
Input2	dat	501	01/26/2007 18:28	a-

Рис.3. Содержимое директории Input\_for\_Sch.dat.


3. Phys\_Dat – содержит файл:

phys.dat, в который записывается текущие значения физических параметров, введенных пользователем в главное меню программы, а также все остальные параметры меню.

c:\SHG with self-action\26 января\Phys_dat\*				
Имя	Тип	Размер	Дата	Атриб
[.]	<DIR>		01/26/2007 14:03-a-	
phys	dat	555	01/31/2007 14:12-a-	

Рис.4. Содержимое директории Phys\_dat.

4. Plane.dat – содержит файлы:

Plane1.bmp, Plane2.bmp, Plane3.bmp, изображающие плоскость  $(q = \frac{\gamma^2}{\alpha^2}, p = \frac{\Delta k}{2\alpha})$ , на которой анализируется число решений уравнений (1), для наборов изменения этих параметров, позволяющих просмотреть её с разной степенью подробности; Plane.bmp – содержит информацию о текущей плоскости, которая необходима пользователю для построения, если предыдущие плоскости не содержат нужного интервала параметров. Выбор одного из этих файлов происходит с помощью кнопки , расположенной на главном меню программы (подробнее это будет обсуждаться ниже).

c:\SHG with self-action\26 января\Plane.dat\*				
Имя	Тип	Размер	Дата	Атриб
[.]	<DIR>		01/29/2007 17:17-a-	
Plane	bmp	656.154	06/21/2005 20:23-a-	
Plane1	bmp	656.154	07/18/2005 23:22-a-	
Plane2	bmp	656.154	07/19/2005 08:42-a-	
Plane3	bmp	656.154	07/20/2005 11:26-a-	

Рис.5. Содержимое директории Plane.dat.

5. Директория Profile3\_D.dat – используется для хранения временных файлов созданных при построении трёхмерных графиков.

c:\SHG with self-action\26 января\Profile3_D.dat\*				
Имя	Тип	Размер	Дата	Атриб
[.]	<DIR>		01/29/2007 17:15-a-	

Рис.6. Содержимое директории Profile3\_D.dat.

6. Директория Schrodinger.dat – содержит файлы, являющиеся результатом работы программы 3D\_ГВГ. Они используются в программе для их графического представления.

c:\SHG with self-action\26 января\Schrodinger.dat\*			
Имя	Тип	Размер	Дата
[...]	<DIR>		01/31/2007 14:43-a-
BEAM RADIUS	DAT	34.065	10/23/2006 13:12-a-
Duration	dat	34.065	10/23/2006 13:12-a-
EFFICIENCY	DAT	45.086	10/23/2006 13:12-a-
HALF_DURATION	DAT	34.067	10/23/2006 13:12-a-
Input1	dat	667	03/28/2006 18:50-a-
Input2	dat	317	04/03/2006 14:47-a-
INTENSITY	DAT	1.514.486	09/23/2005 13:25-a-
INVARIANTS	DAT	45.089	10/23/2006 13:13-a-
MAX_INTENSITY	DAT	34.065	10/23/2006 13:13-a-
MAX_SPECTRUM_INT..	DAT	34.065	10/23/2006 13:13-a-
PULSE_CENTRE	DAT	34.065	10/23/2006 13:13-a-
Res	dat	17.633	03/08/2006 23:37-a-
SPECTR CENTRE	DAT	34.065	10/23/2006 13:13-a-
SPECTR WIDTH	DAT	34.065	10/23/2006 13:13-a-
Spectrum	dat	34.065	10/23/2006 13:13-a-
SPECTRUM_POWER	DAT	34.065	10/23/2006 13:13-a-

Рис.7.Содержимое директории Schrodinger.dat.

Программа состоит из перечисленных ниже программных модулей, общим объёмом, приблизительно 400 кбайт.

Unit1.pas – Отображает главное меню программы. Используется для ввода физических параметров и вычисления безразмерных параметров; задания и построения временного  $-f_i(t)$  и пространственного  $-f_i(r)$  распределений комплексной амплитуды основной волны; преобразования файлов из кодировки DOS в кодировку Unix и наоборот; обращения к программам построения графиков и плоскости безразмерных параметров, которые определяют режим генерации; обращения к файлу, содержащему описание пакета программ. Является входной точкой всей программы, т.е. из неё происходит обращение к дальнейшим частям программы: Unit2.pas и т.д.

Unit2.pas – Позволяет строить графики интегральных характеристик. Данные этих характеристик берутся из файлов, находящихся в поддиректории 'Schrodinger.dat' (Рис.7). Этот модуль осуществляет также сохранение графиков в директорию, в которой находится основная программа в bmp – формате. По желанию пользователя можно выбрать директорию, в которую необходимо сохранить графики. Данная программа позволяет выполнять построение графиков, используя файлы, находящиеся в других директориях на жёстком диске и записывать в них результаты построения. Она также используется для более чёткого просмотра графиков путём выбора нужного отрезка изменения функции и координат.

Unit3.pas – Позволяет осуществить выбор пространства построения графиков из координат  $(z,r,t)$  или  $(z,r,w)$ , т.е. используется время или спектральная координата.

Unit4.pas – Представляет возможность выбора построения интегральных характеристик оптического излучения ('Integral Characteristics'), распределения интенсивностей волн в различных пространственных и временных сечениях ('Intensity distribution in section') и трёхмерных распределений интенсивностей ('Intensity distribution').

Unit5.pas – Позволяет осуществить выбор построения графической информации в координатах  $(z,r,w)$ .

Unit6.pas – Позволяет осуществить выбор построения графической информации в координатах  $(z,r,t)$ .

Unit7.pas – Позволяет выбрать сечение, в котором строятся распределения интенсивностей по времени или пространственной координате.

Unit8.pas – Используется для построение распределений интенсивностей в различных сечениях. Координаты для построения берутся из файлов, находящихся в поддиректории 'Schrodinger.dat' директории основной программы. Сохранение графиков происходит в директорию основной программы в bmp – формате. Также можно выбрать директорию, в которую необходимо сохранить графики. Эта же программа используется для более чёткого просмотра графиков путём выбора нужного отрезка соответствующей координаты.

Unit10.pas – Осуществляет сохранение введённых физических и безразмерных параметров, произведенных в главном меню программы. Имя файла и директорию, в которую нужно сохранить эти данные, пользователь может выбрать сам.

Unit11.pas – Используется для вывода на экран плоскости  $(q,p)$ , соответствующей различному числу решений системы (1); вывода корней текущих параметров  $p,q$ ; построения новой плоскости  $(q,p)$ ; вывода параметров  $\alpha,\gamma$  из файла 'Input1.dat'; для графического построения аналитического решения как для выбранных  $p,q$ , так и для заданных  $\alpha,\gamma$ .



Unit12.pas – Используется для вывода трёхмерного графика на экран. Позволяет осуществить масштабирование графика и его поворот вокруг осей.

Unit13.pas – Осуществляет графический вывод аналитического решения для выбранных на плоскости параметров значений  $\alpha, \gamma$ .

AviFile32.pas – Содержит процедуры и функции необходимые для создания avi- файлов.

AviSee.pas – Осуществляет просмотр созданных avi – файлов.

Parameter for NSE (z,r,t).pas – Выводит на экран содержимое файла 'Input1.dat'.

Path.pas – Если происходит ошибка считывание данных из файла, то на экран выводится окно, в котором необходимо указать путь к этому файлу.

Select Plane.pas – осуществляет выбор имеющихся в директории Plane.dat файлов, содержащих информацию для построения новой плоскости.

Unit18.pas – Осуществляет графический вывод на экран распределения модуля комплексной амплитуды основной волны по времени  $f_i(t)$  и по пространству  $f_i(r)$  на входе в нелинейную среду.

Unit19.pas – Осуществляет преобразование файлов из формата Dos в формат Unix и наоборот.

#### **4. Описание главного меню программы**

После запуска программы появится главное меню программы (Рис. 8), с помощью которого задаётся форма импульса и профиль пучка; физические параметры задачи, на основе которых вычисляются безразмерные коэффициенты уравнений; происходит сохранение этих параметров, как для уравнений Шредингера, так и для последующего построения аналитического решения в приближении длинных импульсов. Оно позволяет сохранить введенные физические параметры; обратиться к программе графической обработки результатов, полученных на основе компьютерного моделирования (результаты выполнения программы 3D\_ГВГ); осуществить переход к плоскости параметров, которая позволяет проанализировать возможный режим генерации. Здесь также расположено окно Help, дающее описание программы.

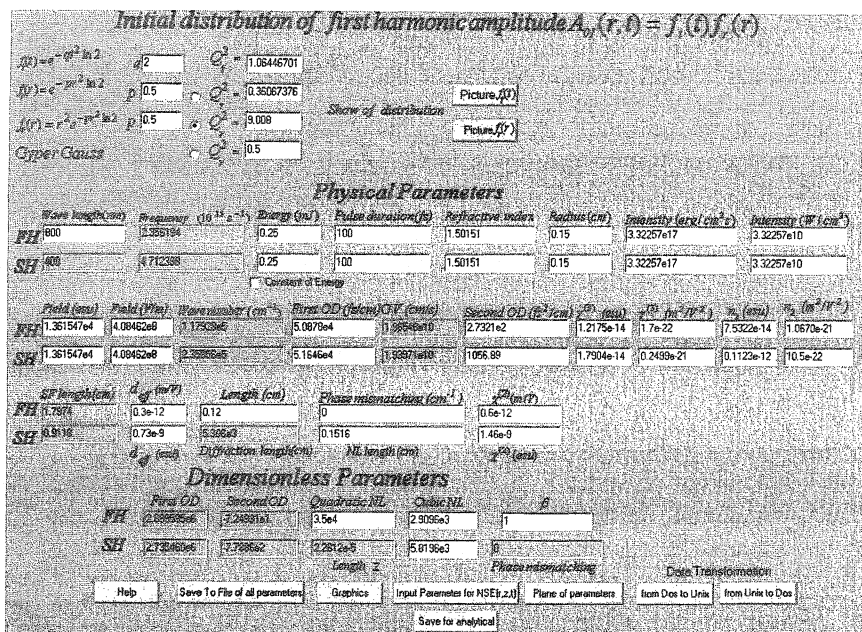


Рис. 8. Главное меню программы.

#### 4.1. Выбор начального распределения

Выбор начального распределения по пространству и времени происходит в заданном классе функций, которые определяются заданием параметров  $q$  (для формы импульса) и  $p$  (для профиля пучка). По пространственной координате  $r$  можно задать гауссово распределение, трубчатое или гипергауссово распределение. Для этого необходимо поставить напротив соответствующего распределения точку в поле (Рис. 9). Выбором соответствующего поля Show of distribution (нажав на кнопку, см. Рис.9) можно просмотреть заданное распределение амплитуд.

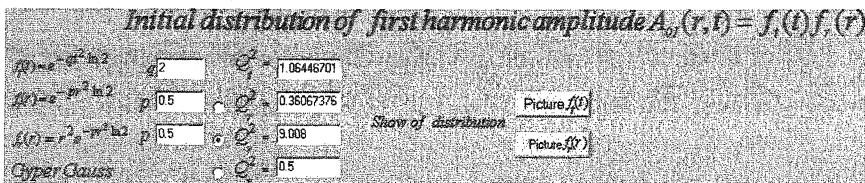


Рис. 9. Выбор начального пространственного распределения и времени.

Выше  $Q_i^2$  – интеграл от формы  $(f_i^2(t))$  импульса,  $Q_r^2$  – интеграл от профиля пучка  $(f_r^2(r))$ . Они соответственно равны следующим величинам

$$Q_i^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} f_i^2(t) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2q \ln 2}}, \quad Q_r^2 = \int_0^{\infty} f_r^2(r) r dr = \frac{1}{4p \ln 2} \quad (7)$$

– в случае гауссова импульса и гауссова пучка. Для прямоугольного распределения профиля пучка (*Gyper Gauss*) интеграл от его интенсивности равен

$$Q_r^2 = \int_0^1 r dr = 0.5, \quad (8)$$

а при кольцевом (трубчатом) начальном профиле пучка он принимает значение

$$Q_r^2 = \int_0^{\infty} f_r^2(r) r dr = \frac{3}{(2p \ln 2)^3}. \quad (9)$$

Для иллюстрации на Рис.10 и Рис.11 представлены графики модуля пространственного и временного распределения комплексной амплитуды оптического излучения на основной частоте.

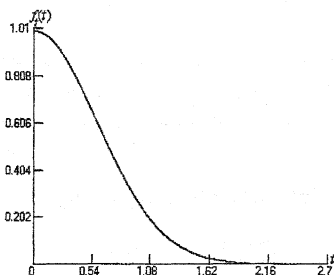



Рис. 10. Распределение  $f_i(t)$  при нажатие кнопки .

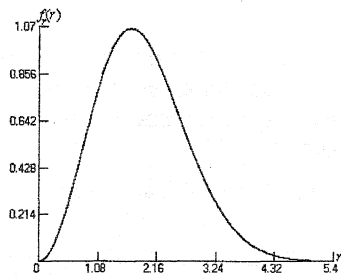



Рис. 11. Распределение  $f_r(r)$  при нажатие кнопки .

#### 4.2. Задание физических параметров задачи

Следующая часть главного меню относится к заданию физических параметров задачи (Рис. 12). Важно подчеркнуть, что все соответствующие величины автоматически пересчитываются при изменении какой-либо цифры в выбранном окне, т.е. не нужно дополнительно использовать нажатие какой-либо клавиши. При неправильном вводе символа возможны две ситуации реагирования программы: она может проигнорировать этот символ, либо даст сообщение о неверном формате ввода. В последнем случае необходимо убрать введённый символ и продолжить ввод. Для удобства пользователя

они могут быть введены как в системе единиц СИ, так и в системе СГСЭ. При этом происходит автоматический пересчет соответствующих величин из одной системы единиц в другую. Светлыми полями в меню отмечены величины, которые могут быть изменены пользователем. Соответствие размерных единиц систем СИ и СГСЭ представлены в Табл. 1.

**Physical Parameters**

Wave length (nm)	Frequency (10 <sup>14</sup> s <sup>-1</sup> )	Energy (eV)	Pulse duration (fs)	Refractive index	Radius (cm)	Intensity (erg/cm <sup>2</sup> s)	Intensity (W/cm <sup>2</sup> )
FF 800	2.396194	0.25	100	1.50151	0.15	3.32257e17	3.32257e10
SF 400	1.712289	0.25	100	1.50151	0.15	3.32257e17	3.32257e10
<input type="checkbox"/> Double frequency							
Field (esu)	Field (V/m)	Wave number (cm <sup>-1</sup> )	First CD (fem) CY (cm/s)	Second CD (Å) (cm)	χ <sup>(1)</sup> (esu)	χ <sup>(2)</sup> (esu)	χ <sup>(3)</sup> (esu)
FF 1.361547e4	4.08462e8	1.1252e5	5.0876e4	1.92846e-10	2.7321e2	1.2175e-14	1.7e-22
SF 1.361547e4	4.08462e8	2.38992e5	5.1645e4	1.93971e-10	1.05688	1.7904e-14	0.24959e-21
χ <sup>(1)</sup> (esu)	χ <sup>(2)</sup> (esu)	χ <sup>(3)</sup> (esu)	χ <sup>(1)</sup> (esu)	χ <sup>(2)</sup> (esu)	χ <sup>(3)</sup> (esu)	χ <sup>(1)</sup> (esu)	χ <sup>(2)</sup> (esu)
FF 1.7394	0.3e-12	0.12	0	0.6e-12	0.6e-12	0.6e-12	0.6e-12
SF 0.9118	0.73e-9	0.30563	0.1516	1.46e-9	1.46e-9	1.46e-9	1.46e-9
d <sub>eff</sub> (esu)	Length (cm)	Phase mismatch (cm <sup>-1</sup> )	χ <sup>(1)</sup> (esu)	χ <sup>(2)</sup> (esu)	χ <sup>(3)</sup> (esu)	χ <sup>(1)</sup> (esu)	χ <sup>(2)</sup> (esu)

Рис. 12. Часть главного меню программы, в котором задаются физические параметры исследуемого процесса.

Для иллюстрации связи между окнами главного меню, а также между значениями физических и безразмерных параметров, записанных в окнах меню, приведём здесь соотношения, которыми определяются эти величины

$$z = z'/l_d, t = t'/\tau, r = r'/a, l_d = 2k(\omega)a^2, \Delta k = (k(2\omega) - 2k(\omega)), l_d = \frac{\omega}{c}(n(2\omega) - n(\omega))l_d,$$

$$v = l_d (dk(2\omega)/d\omega - dk(\omega)/d\omega) / \tau, \gamma = l_d / l_{nl}, l_{nl} = \frac{n^2(m\omega)}{2\pi k^{(3)} A_0} = \frac{cn(m\omega)}{2\pi\omega\chi^{(2)} A_0},$$

$$\chi^{(2)} = 2d_{eff}, \alpha = l_d / l_{sf}(\omega), D_m = l_d / l_{ds}(m\omega), l_{sf}(m\omega) = \frac{2n(m\omega)c}{3\pi\omega\chi^{(3)}(m\omega)A_0^2}, \quad (10)$$

$$l_{ds}(m\omega) = -\frac{2\tau^2}{d^2 k(m\omega) d\omega^2}, k(m\omega) = \omega n(m\omega)/c, n_2(m\omega) = \frac{3\pi\chi^{(3)}(m\omega)}{n(m\omega)}, m = 1, 2.$$

В (10)  $z', t', r'$  соответствуют продольной координате, времени, поперечной координате. Заметим, что все формулы в (10) даны в системе единиц СИ. Важно подчеркнуть, что эти же безразмерные параметры используются в уравнениях системы (1). При этом пренебрегается различием отношений  $\frac{\chi^{(3)}(m\omega)}{n(m\omega)}$  и  $\frac{\chi^{(2)}(m\omega)}{n(m\omega)}$  для двух волн. При

необходимости это различие легко учесть, проведя дополнительную перенормировку взаимодействующих амплитуд.

Максимальная (пиковая) интенсивность  $I_0$  и амплитуда  $A_0$  начального распределения связана с энергией  $E_0$  излучения,  $a$  – радиусом входного профиля пучка и  $\tau$  – длительностью импульса следующими соотношениями


$$I_0 \left[ \frac{Вт}{м^2} \right] = \frac{E_0 [Дж]}{2\pi a^2 [м] \tau [с] Q_i^2 Q_r^2}, \quad I_0 \left[ \frac{Вт}{м^2} \right] = \frac{n}{240\pi} \left| A_0 \left[ \frac{В}{м} \right] \right|^2$$

в системе физических единиц СИ. Таким образом, изменение параметров  $p, q$  при выборе начального распределения амплитуды (Рис. 9) приводит

Табл.1. Соответствие единиц физических систем СИ и СГСЭ.  $n$  – показатель преломления среды,  $c$  – скорость света в вакууме.

СГСЭ	СИ
Энергия:	$10^7$ эрг = 1 Дж
Напряжённость электрического поля:	$1 \text{ СГСЭ} = 3 \cdot 10^4$ В/м
Интенсивность:	$10^3 \frac{\text{эрг}}{с \cdot \text{см}^2} = 1 \frac{Вт}{м^2}$
$\chi^{(m)}(\text{СГСЭ}) = \frac{(3 \cdot 10^4)^{m-1}}{4\pi} \chi^{(m)}(\text{СИ}), m \geq 1$	
$I = \frac{cn}{8\pi}  A ^2, [I] = \frac{\text{эрг}}{с \cdot \text{см}^2}, [A] = \text{СГСЭ}, [c] = \frac{см}{с}$	$I \left[ \frac{Вт}{м^2} \right] = \frac{n}{240\pi} \left  A_0 \left[ \frac{В}{м} \right] \right ^2$

к изменению пиковой интенсивности входного излучения. Отметим, что можно зафиксировать значение энергии, поставив знак в поле Constant of Energy, показанном на Рис. 13. В этом случае изменение длительности импульса (поле Pulse duration) приведёт к изменению максимальной интенсивности входного импульса и его амплитуды согласно формулам (10). Если же знак в поле Constant of Energy отсутствует, то постоянным остаётся максимальная (пиковая) интенсивность излучения основной волны при изменении длительности его импульса. По умолчанию в программе остаётся фиксированной максимальная интенсивность светового импульса. Поэтому цепочку изменений значений в окнах

 Рис. 13. Поле меню программы, позволяющее фиксировать энергию оптического излучения при изменении длительности входного импульса.

главного меню при варьировании  $p, q$  можно представить в виде:

$$p, q \rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{Intensity} \\ \text{Field} \end{array} \rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{SF Length} \rightarrow \text{Cubic NL}, \\ \text{NL Length} \rightarrow \text{Quadratic NL}. \end{array} \right. \right. \quad (11)$$

При этом энергия импульса не изменяется.

Запишем теперь цепочки изменения других физических и безразмерных параметров при изменении числа в соответствующем окне главного меню.

Добавка к диэлектрической проницаемости за счёт действия кубической нелинейности

$$n_2 \left( \frac{m^2}{V^2} \right) \leftrightarrow n_2(esu) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} \chi^{(3)} \left( \frac{m^2}{V^2} \right) \leftrightarrow \chi^{(3)}(esu) \\ \text{SF length (cm)} \\ \text{Cubic NL} \end{array} \right. \quad (12)$$

Изменение параметра  $\chi^{(3)}$ , характеризующего кубическую восприимчивость,

$$\chi^{(3)} \left( \frac{m^2}{V^2} \right) \leftrightarrow \chi^{(3)}(esu) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} n_2 \left( \frac{m^2}{V^2} \right) \leftrightarrow n_2(esu) \\ \text{SF length (cm)} \\ \text{Cubic NL} \end{array} \right. \quad (13)$$

Изменение параметра  $d_{\text{eff}}$ , характеризующего квадратичную восприимчивость,

$$d_{\text{eff}} \left( \frac{m}{V} \right) \leftrightarrow d_{\text{eff}}(esu) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} \chi^{(2)} \left( \frac{m}{V} \right) \leftrightarrow \chi^{(2)}(esu) \\ \text{NL length (cm)} \\ \text{Quadratic NL} \end{array} \right. \quad (14)$$

Изменение параметра  $\chi^{(2)}$ , характеризующего квадратичную восприимчивость,

$$\chi^{(2)} \left( \frac{m}{V} \right) \leftrightarrow \chi^{(2)}(esu) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} d_{\text{eff}} \left( \frac{m}{V} \right) \leftrightarrow d_{\text{eff}}(esu) \\ \text{NL length (cm)} \\ \text{Quadratic NL} \end{array} \right. \quad (15)$$

Изменение поля *First OD*( $\frac{fs}{cm}$ )

$$First\ OD\left(\frac{fs}{cm}\right) \rightarrow \begin{cases} GV\left(\frac{cm}{s}\right) \\ First\ OD \end{cases} \quad (16)$$

Изменение поля *Reractive index*, характеризующего показатель преломления среды на соответствующей частоте,

$$Refractiveindex \rightarrow \begin{cases} Wavenumber \\ SF\ length \\ Cubic\ NL \\ Diffraction\ length \\ NL\ length \\ Quadratic\ NL \\ First\ OD \\ Second\ OD \\ Length\ Z \\ Phase\ mismatching \end{cases} \quad (17)$$

Изменение поля *Second OD*( $\frac{fs^2}{cm}$ ), характеризующего дисперсию второго порядка,

$$Second\ OD\left(\frac{fs^2}{cm}\right) \rightarrow Second\ OD \quad (18)$$

Изменение поля *Length(cm)*

$$Length(cm) \rightarrow Length\ Z \quad (19)$$

Изменение длины волны основной частоты (окно *Wave length (nm)*)

$$\begin{array}{l}
 \text{Wave length (nm)} \rightarrow \left[ \begin{array}{l}
 \text{Frequency (s}^{-1}\text{)} \\
 \text{Wave number (cm}^{-1}\text{)} \\
 \text{SF length (cm)} \\
 \text{Cubic NL} \\
 \text{Diffraction length (cm)} \\
 \text{NL length (cm)} \\
 \text{Quadratic NL} \\
 \text{First OD} \\
 \text{Second OD} \\
 \text{Length Z} \\
 \text{Phase mismatching (cm)}^* \\
 \text{Phase mismatching (cm)}^*
 \end{array} \right. \quad (20)
 \end{array}$$

В реализованной версии программы в настоящее время поле *Phase mismatching (cm)* задаётся отдельно. Это сделано для удобства пользователя. Поэтому имеет место ещё одна последовательность изменений.

Изменение поля *Phase mismatching (cm)*

*Phase mismatching (cm)* → *Phase mismatching*

Изменение поля *Radius (cm)*

$$\begin{array}{l}
 \text{Radius (cm)} \rightarrow \left[ \begin{array}{l}
 \text{Intensity} \left( \frac{W}{\text{cm}^2} \right) \leftrightarrow \text{Intensity} \left( \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{s}} \right) \\
 \text{Field} \left( \frac{V}{\text{m}} \right) \leftrightarrow \text{Field} (\text{esu}) \\
 \text{Diffraction length} \\
 \text{First OD} \\
 \text{Second OD} \\
 \text{Quadratic NL} \\
 \text{Cubic NL} \\
 \text{Length Z}
 \end{array} \right. \quad (21)
 \end{array}$$



Изменение поля  $Energy(mJ)$

$$Energy(mJ) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} Intensity(\frac{W}{cm^2}) \leftrightarrow Intensity(\frac{erg}{cm^2 s}) \\ Field(\frac{V}{m}) \leftrightarrow Field(esu) \\ SF\ length(cm) \\ NL\ length(cm) \\ Quadratic\ NL \\ Cubic\ NL \end{array} \right. \quad (22)$$

Изменение поля  $Field$  или  $Intensity$  зависит от состояния поля  $Constant\ of\ Energy$ . Если кнопка этого поля не нажата, то изменение поля  $Field$  приводит к изменению значений следующих полей

$$Field(\frac{V}{m}) \leftrightarrow Field(esu) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} Intensity(\frac{W}{cm^2}) \leftrightarrow Intensity(\frac{erg}{cm^2 s}) \\ Energy(mJ) \\ SF\ length(cm) \\ NL\ length(cm) \\ Quadratic\ NL \\ Cubic\ NL \end{array} \right. \quad (23)$$

В этом же случае изменение поля  $Intensity$  приводит к изменению значений следующих полей

$$Intensity(\frac{W}{cm^2}) \leftrightarrow Intensity(\frac{erg}{cm^2 s}) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} Field(\frac{V}{m}) \leftrightarrow Field(esu) \\ Energy(mJ) \\ SF\ length(cm) \\ NL\ length(cm) \\ Quadratic\ NL \\ Cubic\ NL \end{array} \right. \quad (24)$$

Если же нажата кнопка в поле *Const of Energy*, то

$$\text{Field} \left( \frac{V}{m} \right) \leftrightarrow \text{Field} (esu) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{Intensity} \left( \frac{W}{cm^2} \right) \leftrightarrow \text{Intensity} \left( \frac{erg}{cm^2 s} \right) \\ \text{SF length}(cm) \\ \text{NL length}(cm) \\ \text{Quadratic NL} \\ \text{Cubic NL} \\ \text{Pulse duration}(fs) \\ \text{First OD} \\ \text{Second OD} \end{array} \right. \quad (25)$$

Соответственно, изменение поля *Intensity* реализуется в

$$\text{Intensity} \left( \frac{W}{cm^2} \right) \leftrightarrow \text{Intensity} \left( \frac{erg}{cm^2 s} \right) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{Field} \left( \frac{V}{m} \right) \leftrightarrow \text{Field}(esu) \\ \text{SF length}(cm) \\ \text{NL length}(cm) \\ \text{Quadratic NL} \\ \text{Cubic NL} \\ \text{Pulse duration}(fs) \\ \text{First OD} \\ \text{Second OD} \end{array} \right. \quad (26)$$

В заключение данного пункта отметим ещё важную черту разработанной оболочки для задания параметров задачи. Так как часто в физических экспериментах бывает неизвестно точное значение параметров нелинейного отклика среды ( $\chi^{(2)}$  и  $\chi^{(3)}$ ), то для подбора этих

значений с целью сопоставления результатов физического эксперимента и компьютерного моделирования можно изменять безразмерные параметры *Quadratic NL* и *Cubic NL*. При этом изменение поля *Cubic NL* результируется в

$$Cubic NL \leftrightarrow \begin{cases} \chi^{(3)}\left(\frac{m^2}{V^2}\right) \leftrightarrow \chi^{(3)}(esu) \\ n_2\left(\frac{m^2}{V^2}\right) \leftrightarrow n_2(esu) \\ SF \text{ length}(cm) \end{cases} \quad (27)$$

Изменение поля *Quadratic NL* приводит к изменению полей

$$Quadratic NL \leftrightarrow \begin{cases} \chi^{(2)}\left(\frac{m}{V}\right) \leftrightarrow \chi^{(2)}(esu) \\ d_{eff}\left(\frac{m}{V}\right) \leftrightarrow d_{eff}(esu) \\ NL \text{ length}(cm) \end{cases} \quad (28)$$

Отметим, что положительное значение числа в поле *Cubic NL* соответствует самофокусировке оптического излучения, а отрицательное значение соответствует дефокусировке светового пучка.

### 4.3. Описание меню безразмерных параметров

В следующей части меню программы, представленной на Рис.14, содержатся значения безразмерных параметров, которые используются для задания безразмерных коэффициентов в уравнение (1). Как было отмечено в конце предыдущего пункта, изменение полей *Cubic NL* и *Quadratic NL* приводит к изменению физических параметров задачи (см. (27),(28)). Параметр  $\beta$  также можно изменять. Он используется в качестве параметра для программы 3D\_ГВГ и записывается в файл Input1.dat, хранящийся в директории Input\_for\_Sch.dat (см. Рис.3).

Для удобства проведения компьютерного моделирования некоторые величины в полях *Dimensionless Parameters* перед записью в файлы Input1.dat, Input2.dat умножаются на безразмерную длину среды (поле *Length Z* Рис.14). Так, коэффициент дифракции, дисперсии, параметры нелинейности, расстройка волновых чисел и величины, характеризующие групповые скорости импульсов в (1), преобразуются следующим образом  $D_1 = Length Z \cdot \gamma$ ,  $\gamma = Quadratic NL \cdot Length Z$ ,  $D_2 = Second OD \cdot Length Z$ ,  $\Delta k = Phase mismatching \cdot Length Z$ ,  $v_2 = (v_2 - v_1) \cdot Length Z$ ,  $v_1 = 0$ ,  $L_z = 1$ . (29)

Параметр  $\alpha$  далее считаем неотрицательным. Параметр  $\gamma$  по физическому смыслу является неотрицательным.

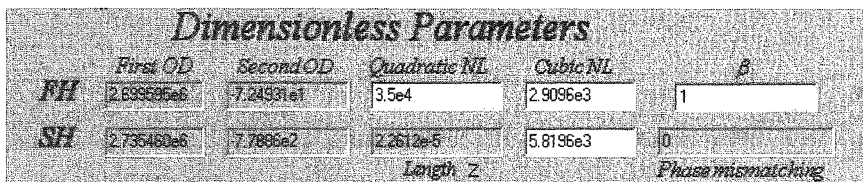


Рис. 14. Часть главного меню программы, в котором представлены безразмерные параметры процесса ГВГ.

### 4.4. Описание функциональных кнопок

Последняя часть кнопок меню образует, так называемую, группу функциональных кнопок, которая представлена на Рис. 15. Кратко их опишем здесь. Подробное описание некоторых из них дано в следующих пунктах.

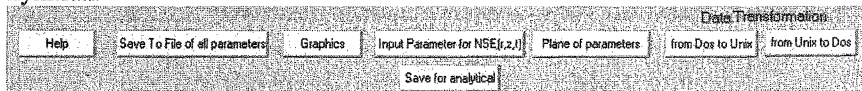






Рис. 15. Группа функциональных кнопок.

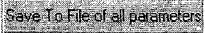
Кнопка  позволяет осуществить доступ к файлу help.pdf, содержащему информацию о работе программы, об описании уравнений и его параметров и т.д. Данный файл в pdf – формате содержится в основной директории (Рис.1).

Поле Date Transformation позволяет осуществить преобразование данных из кодировки Dos в кодировку Unix и наоборот (см. пункт 6). Для записи результатов преобразования используется директория Data\_Transformation.

Кнопка  даёт возможность графического представления информации, подробное описание которой содержится в пункте 7. При этом в процессе работы этой части программы используются директории Schrodinger.dat, Profile3 D.dat, avi (Рис.1).

Кнопка  позволяет проанализировать процесс удвоения частоты в приближении длинных импульсов и плоских волн. На плоскости параметров  $(q = \frac{\gamma^2}{\alpha^2}, p = \frac{\Delta k}{2\alpha})$  можно получить информацию о максимально достижимой эффективности преобразования частоты светового импульса, о множественности решения и многую другую информацию. Она базируется на построенном аналитическом решении задачи, которое может быть также использовано для тестирования соответствующих программ. Подробное описание программ и содержащейся в этой части пакета информации дано в пункте 5.

Кнопка  осуществляет запись безразмерных параметров задачи с учётом преобразования (29) в файл Input1.dat для программы 3D\_ГВГ. В файл Input2.dat записывается информация о начальном профиле пучка и форме импульса лазерного излучения и длины нелинейной среды. Запись файла происходит в директории Input\_for\_Sch.dat (Рис. 1.3).

Кнопка  используется для записи текущих значений введённых физических и безразмерных параметров, а также вычисленных безразмерных параметров в файл Phys.dat директории Phys\_Dat (Рис.1,4). При нажатии кнопки появляется следующее окно

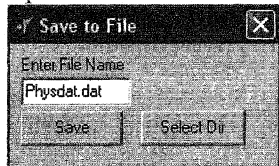





Рис.16. Окно, появляющееся после нажатия кнопки Save To File of all parameters.

В нём есть поле для ввода имени файла, в котором сохраняются последние введённые в главном меню данные. Если нажать кнопку , то файл будет записан в директорию Phys\_Dat. Выбрав кнопку  можно

осуществить запись в любую другую директорию. Пример показан на Рис.17. При выходе из программы в файл Physdat.dat записываются данные в окнах, содержащиеся в этот момент.

Кнопка  позволяет записать параметры  $\alpha, \gamma, \beta$  в файл Input Analytical.dat, необходимый для построения аналитического решения с учётом пространственного профиля и временной формы оптического излучения. Параметры вычисляются через значения полей безразмерных

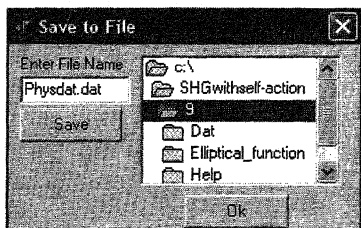






Рис.17. Выбор директории по кнопке , изображённой на Рис.16, в которую будет записан файл Physdat.dat.

параметров согласно формулам (29). В отличие от кнопки  данное решение учитывает переход из одного режима процесса генерации в другие благодаря модуляции параметров  $\alpha, \gamma$  из-за неоднородного пространственного и временного распределения. Оно более точно (по сравнению с приближением длинных импульсов) соответствует результатом компьютерного моделирования, если эффекты дифракции и дисперсии несущественны. Отметим, что в текущей версии пакета такое решение отсутствует. Оно будет реализовано в следующей версии, так как требует значительных затрат времени из-за наличия 9 различных режимов процесса генерации второй гармоники высокоинтенсивных фемтосекундных импульсов, когда необходимо учитывать кубичную нелинейность среды наряду с её квадратичной нелинейностью.

## 5. Анализ множественности решений в приближении длинных импульсов и плоских волн

При нажатии кнопки  появляется следующее окно Рис. 18, в котором отображается содержимое директории Plane.dat. После выбора одного из пунктов курсором мыши и нажатия кнопки  (Рис. 19) выводится на экран форма, представленная на Рис. 20 которая содержит в частности и плоскость  $(q, p)$ , показывающую число решений (и его характеристики) исходной задачи (1).

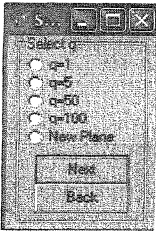


Рис.18.Окно, позволяющее загрузить одну из имеющихся в директории Plane.dat плоскостей параметров.

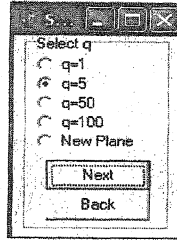


Рис. 19. Выбор значения  $q=5$  и нажатие кнопки

Эта плоскость соответствует плоскости параметров  $(q, p)$ , изображённой на Рис. 20 в черно-белом варианте. Для наглядности области различного числа решений изображаются на экране компьютера разным цветом.

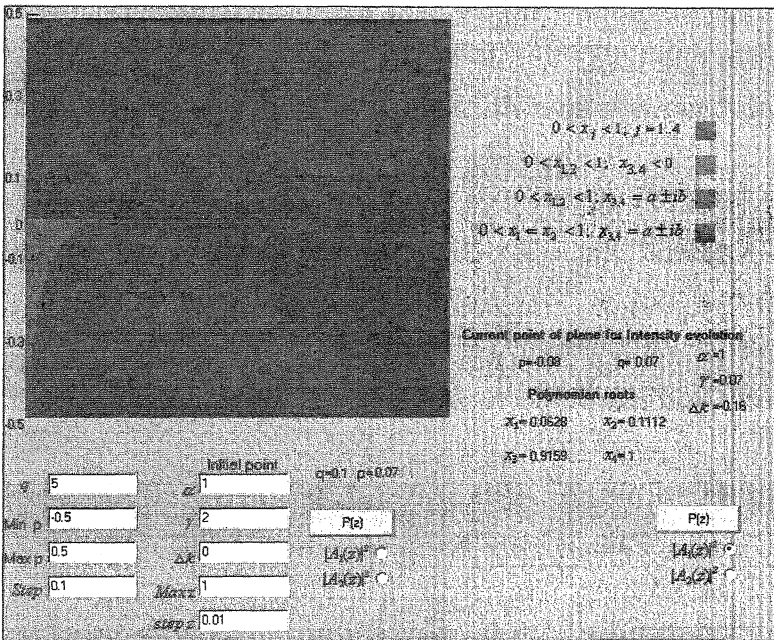


Рис. 20. Окно формы, соответствующим кнопке **Plane of parameters** главного меню программы.

Перед описанием расположенных в этом окне кнопок обсудим сначала возможные режимы генерации второй гармоники. Число решений

исходной задачи зависит от значений параметров  $q, p$ , и определяется решением уравнения

$$f(x) = (1-x)[x^3 + x^2(q-1+2p) + xp(p-2) - p^2] = 0. \quad (30)$$

Заметим, что оно может иметь два или четыре действительных корня, часть из которых больше нуля, а другая – меньше нуля. Кроме этого, при определённых значениях параметров существуют и комплексные корни. Поэтому на плоскости  $(q, p)$  выделяются четыре области (Рис. 20,21). При этом кривая, описывающая границы областей  $\{1 \text{ и } 4\}$  и  $\{1 \text{ и } 2\}$ ,

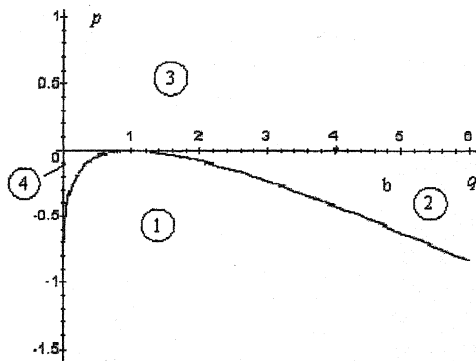


Рис. 21. Области существования различного числа корней уравнения  $f(x)$  на плоскости

параметров  $q = \frac{\gamma^2}{\alpha^2}$ ,  $p = \frac{\Delta k}{2\alpha}$ . В

области 1 уравнение (30) имеет два действительных корня: 1 и  $x_1$ . В областях 2–4 уравнение (30) имеет четыре действительных корня 1,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ .

задается уравнением

$$12p^2 + 12p + p^2q + 20pq - 8q + 4p^3 + 4q^2 + 4 = 0. \quad (31)$$

Прямая  $p=0$  разделяет области  $\{4 \text{ и } 3\}$  и  $\{2 \text{ и } 3\}$ . С левой стороны области ограничены прямой  $q=0$ .

Решение исходной задачи в приближении длинных импульсов и плоских волн может быть представлено следующим интегралом [17]

$$z(P_1) = \pm \frac{1}{|2\alpha|} \int_{(P_1)_0}^{P_1} \frac{dx}{\sqrt{(1-x)[x^3 + x^2(q-1+2p) + xp(p-2) - p^2]}} = \pm \frac{1}{|2\alpha|} \int_{(P_1)_0}^{P_1} \frac{dx}{\sqrt{f(x)}}, \quad (32)$$

где  $P_1$  – интенсивность основной волны,  $(P_1)_0$  – её значение на входе в нелинейную среду.

В области 1 уравнение (30) имеет два действительных корня 1 и  $x_1$ , удовлетворяющих неравенству  $0 < x_1 < 1$  и два комплексных. Следовательно, достижение полной перекачки энергии ( $P_1 = 0$ ) для параметров из этой области невозможно. Зависимость интенсивности



основной волны от продольной координаты при условии  $(P_1)_0 = 1$  выражается через эллиптический интеграл следующим образом

$$F(\varphi, m) = 2\alpha\chi z(P_1), \quad \chi = \sqrt{((x_1 - x_{12})^2 + x_{13}^2)((1 - x_{12})^2 + x_{13}^2)},$$

$$m = \frac{\chi^2 + (x_{12} - x_1)(1 - x_{12}) - x_{13}^2}{2\chi^2}, \quad c = \sqrt{(1 - x_{12})^2 + x_{13}^2}, \quad d = \sqrt{(x_1 - x_{12})^2 + x_{13}^2}, \quad (33)$$

$$\cos\varphi = \frac{c(P_1(z) - x_1) - d(1 - P_1(z))}{c(P_1(z) - x_1) + d(1 - P_1(z))},$$

где  $F(\varphi, m) = \int_0^\varphi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - m \sin^2 \psi}}$  – неполный эллиптический интеграл I рода,

$x_1$  – действительный корень уравнения (30), а  $x_{12}$ ,  $x_{13}$  – соответственно действительная и мнимая часть комплексных корней (30). Переходя к эллиптическим функциям [24] по правилу  $\cos\varphi = \operatorname{cn}(u, m)$ ,  $u = F(\varphi, m)$ , из (33) получим зависимость  $P_1(z)$

$$|A_1(z)|^2 = P_1(z) = \frac{(cx_1 + d)(1 + \operatorname{cn}(2\alpha\chi z, m))}{(c + d)(1 - \operatorname{cn}(2\alpha\chi z, m))}, \quad (34)$$

где  $\operatorname{cn}(z, m)$  – эллиптический косинус. В качестве иллюстрации она представлена на Рис.22.

Для практики представляет интерес период функции, изображённой на этом рисунке. Учитывая, что период эллиптического косинуса  $4K(m)$ , где  $K(m)$  – полный эллиптический интеграл I рода, получим, что значения интенсивности волны основной частоты повторятся через величину

$$z_{\text{per}} = \frac{2K(m)}{\alpha\chi}. \quad (35)$$

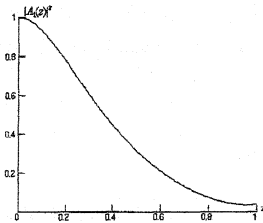


Рис.22. Эволюция вдоль  $z$  интенсивности основной волны для параметров  $\alpha = 1, \gamma = 1, \Delta k = -0.16$ , соответствующих значениям  $q = 1, p = -0.08$ , которые принадлежат области 1 на плоскости Рис.21. Минимальное значение  $|A_1(z)|^2$  равно  $x_1 = 0.0395$ .

Её интенсивность достигает минимального значения, равного  $P_1(z_n)_{\min} = x_1$ , в следующих сечениях среды

$$z_n = z_{per} \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (36)$$

При этом максимальная интенсивность основной волны  $P_1(z_m)_{\max} = 1$  достигается в сечениях среды

$$z_m = z_{per} \cdot m, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (37)$$

В областях 2-4 уравнение (30) имеет четыре действительных корня:  $1, x_1, x_2, x_3$ . При этом, в областях 2 и 3 расположение корней таково:  $x_3 < x_2 < 0 < x_1 < 1$ . Таким образом, лишь два из них имеют физический смысл. Тогда интеграл (32) для  $(P_1)_0 = 1$  преобразуется к виду

$$z = \frac{1}{2\alpha} \int_1^{P_1} \frac{dx}{\sqrt{(1-x)(x-x_3)(x-x_2)(x-x_1)}} = \frac{1}{\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)}} F(\varphi, m), \quad (38)$$

$$\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{(x_1-x_3)(1-P_1(z))}{(1-x_1)(P_1(z)-x_3)}}, \quad m = \sqrt{\frac{(1-x_1)(x_2-x_3)}{(1-x_2)(x_1-x_3)}}.$$

Переходя к эллиптическим функциям по правилу

$$\sin \varphi = \operatorname{sn}(u), \quad u = F(\varphi, k), \quad (39)$$

из (38) получим следующее соотношение

$$\frac{(x_1-x_3)(1-P_1(z))}{(1-x_1)(P_1(z)-x_3)} = \operatorname{sn}^2(\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)} z, m), \quad (40)$$

из которого запишем зависимость интенсивности волны на основной частоте

$$|A_1(z)|^2 = P_1(z) = \frac{1 + s x_3}{1 + s}, \quad s = \frac{\operatorname{sn}^2(\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)} z, m)(1-x_1)}{(x_1-x_3)}. \quad (41)$$

В качестве иллюстрации она представлена на Рис.23. При этом минимальное значение интенсивности волны  $(P_1(z_n)_{\min} = x_1)$  достигается в сечениях (36), а её максимальное значение  $(P_1(z_m)_{\max} = 1)$  соответственно в сечениях (37), в которых величина  $z_{per}$  определяется следующим образом

$$z_{per} = \frac{2K(m)}{\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)}}. \quad (42)$$

В области 3 решение задачи аналогично области 2: оно определяется формулами (38), (41). В качестве примера оно представлено на Рис.24.

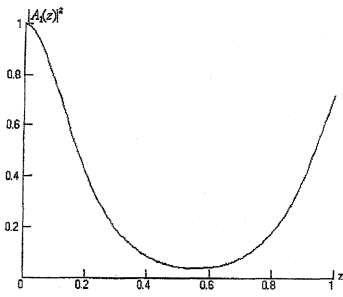


Рис. 23. Эволюция вдоль  $z$  интенсивности основной волны для параметров

$\alpha = 1, \gamma = 4.16, \Delta k = -0.26$ ,  
соответствующих значениям  
 $q = 4.16, p = -0.13$ , которые  
принадлежат области 2 на  
плоскости Рис. 21. Минимальное  
значение  $|A_1(z)|^2$  равно  $x_1 = 0.0421$ .

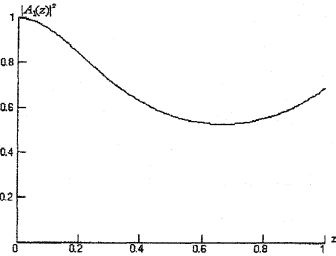


Рис. 24. Эволюция вдоль  $z$  интенсивности основной волны для параметров

$\alpha = 1, \gamma = 0.79, \Delta k = 0.312$ ,  
соответствующих значениям  
 $q = 0.79, p = 0.156$ , которые  
принадлежат области 3 на  
плоскости Рис. 21. Минимальное  
значение  $|A_1(z)|^2$  равно  $x_1 = 0.5288$ .

В области 4 все корни уравнения (30) положительны:  $0 < x_3 < x_2 < x_1 < 1$ , и, следовательно, возможен мультистабильный режимы процесса генерации. Поэтому в этой области существует две ветви решения. Если начальное значение интенсивности основной волны на входе в нелинейной среде равно 1 ( $(P_1)_0 = 1$ ), то изменение  $P_1(z)$  происходит в пределах от значения корня  $x_1$  до 1:  $x_1 \leq P_1(z) < 1$ . Тогда интеграл (32) преобразуется к виду

$$z = \frac{1}{2\alpha} \int_1^{P_1} \frac{dx}{\sqrt{(1-x)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}} = \frac{1}{\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_2)}} F(\varphi, m), \quad (43)$$

$$\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{(1-p_1(z))(x_1-x_3)}{(p_1(z)-x_3)(1-x_1)}}, \quad m = \sqrt{\frac{(1-x_1)(x_2-x_3)}{(1-x_2)(x_1-x_3)}}$$

Используя, как и выше эллиптические функции (39), вместо (43) получим

$$|A_1(z)|^2 = P_1(z) = \frac{\text{sn}^2(\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)}z, m)(1-x_1)x_3 + x_1 - x_3}{\text{sn}^2(\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)}z, m)(1-x_1) + x_1 - x_3}. \quad (44)$$

Для второй ветви решения, если на входе в нелинейную среду интенсивность основной волны равна  $x_3$  ( $(P_1)_0 = x_3$ ), её изменение

происходит следующим образом  $0 < x_3 < P_1(z) \leq x_2 < x_1 < 1$ . Тогда интеграл (32) запишется в виде

$$z = \frac{1}{2\alpha} \int_{x_3}^{p_1} \frac{dx}{\sqrt{(1-x)(x_1-x)(x_2-x)(x-x_3)}} = \frac{1}{\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)}} F(\varphi, m),$$

$$\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{(1-x_2)(p_1(z)-x_3)}{(x_2-x_3)(1-p_1(z))}}, \quad m = \sqrt{\frac{(1-x_1)(x_2-x_3)}{(1-x_2)(x_1-x_3)}}. \quad (45)$$

Следовательно, интенсивность волны основной частоты изменяется следующим образом

$$|A_1(z)|^2 = P_1(z) = \frac{\operatorname{sn}^2(\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)}z, m)(x_2-x_3) + x_3(1-x_2)}{\operatorname{sn}^2(\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)}z, m)(x_2-x_3) + 1 - x_2}. \quad (46)$$

В качестве иллюстрации эволюция  $|A_1(z)|^2$  представлена на Рис. 25. Верхняя кривая соответствует (44), а нижняя кривая – (45). Период функции (44) и (46) совпадает с (42). Тогда минимальные и максимальные значения верхней ветви решения, которые равны  $x_1$  и 1, достигаются соответственно в сечениях среды, определяемых (36) и (37).

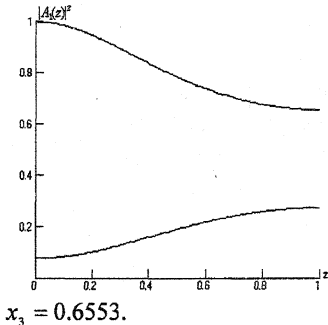


Рис.25. Эволюция вдоль  $z$  интенсивности основной волны для параметров  $\alpha = 1, \gamma = 0.23, \Delta k = -0.24$ , соответствующих значениям  $q = 0.23, p = -0.12$ , которые принадлежат области 4 на плоскости Рис. 21. Значения величин, определяющих минимальные и максимальные интенсивности равны:  $x_1 = 0.08, x_2 = 0.2746,$

$x_3 = 0.6553$ .

Для нижней ветви решения, представленного на Рис. 25, максимальное значение интенсивности основной волны равно  $x_2$ , а её минимальная величина равна  $x_3$ , и они реализуются соответственно в сечениях среды (36) и (37).

На границе областей 1 и 2 существуют только два положительных корня, и два равных отрицательных корня. Следовательно, их можно расположить следующим образом:  $x_3 = x_2 < 0 < x_1 < 1$ . Тогда изменение  $z(p_1)$  при начальном условии  $(P_1)_0 = 1$  описывается интегралом

$$z = \frac{1}{2\alpha} \int_1^{P_1} \frac{dx}{\sqrt{(1-x)(x-x_1)(x-x_2)^2}}, \quad (47)$$

из которого следует, что

$$z(P_1) = \frac{1}{2\alpha\sqrt{(1-x_2)(x_1-x_2)}} \arccos \frac{(x_2-x_1)(1-P_1(z)) + (1-x_2)(P_1(z)-x_1)}{(1-x_1)(P_1(z)-x_2)}.$$

Таким образом, изменение интенсивности основной волны происходит по закону

$$P_1(z) = \frac{(1+s)x_2 + x_1x_2 - 2x_1}{s + 2x_2 - x_1 - 1}, \quad s = \cos(2\alpha\sqrt{(1-x_2)(x_1-x_2)z}(1-x_1)), \quad (48)$$

которое представлено для примера на Рис. 26. Период этой функции определяется следующим образом

$$z_{\text{per}} = \frac{\pi}{\alpha\sqrt{(1-x_1)(x_1-x_2)}}. \quad (49)$$

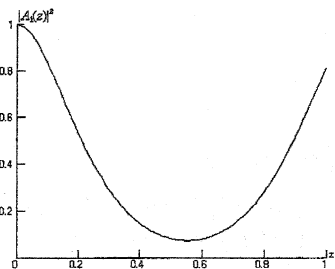


Рис. 26. Эволюция вдоль  $z$  интенсивности основной волны для параметров  $\alpha = 1, \gamma = 2.88, \Delta k = -0.42$ , соответствующих значениям  $q = 2.88, p = -0.21$ , которые принадлежат кривой, являющейся границей областей 1 и 2 на плоскости Рис. 21. Минимальное значение  $|A_1(z)|^2$  равно  $x_1 = 0.0759$ .

Максимальное и минимальное значение интенсивности  $P_1(z)$  достигается соответственно в сечениях (37) и (36). На границе областей 2 и 3 ( $p = 0$ ) при  $q > 1$  имеют место лишь два решения уравнения (30)  $x_3 < x_2 = 0 = x_1 < 1$ , которые представляют физический смысл. Существенно, что в этом случае возможно достижение полной перекачки энергии. Для этой области интеграл (32) запишется в виде

$$z = \frac{1}{2\alpha} \int_1^{P_1} \frac{dx}{\sqrt{(1-x)(x+x_1)x^2}},$$

из которого можно записать следующий закон изменения интенсивности основной волны

$$P_1(z) = \frac{4h(q-1)}{h^2 + q^2 + 2h(q-1)}, \quad h = qe^{2\alpha z \sqrt{q-1}}, \quad q = \left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^2 \quad (50)$$

В качестве примера зависимость  $P_1(z)$  представлена на Рис. 27. Очевидно, что эта зависимость не является периодической.

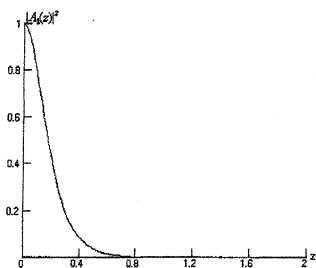


Рис.27. Эволюция вдоль  $z$  интенсивности основной волны для параметров  $\alpha = 1, \gamma = 4, \Delta k = 0$ , соответствующих значениям  $q = 4, p = 0$ , которые принадлежат кривой, являющейся границей областей 2 и 3 на плоскости Рис. 21. Минимальное значение  $|A_1(z)|^2$  равно  $x_1 = 0$ .

На границе областей 3 и 4 ( $0 < q < 1, p = 0$ ) два корня уравнения (30) обращаются в нуль:  $0 = x_3 = x_2 < x_1 < 1$ . Нетрудно видеть, что этот режим соответствует реализации фазового синхронизма ( $\Delta k = 0$ ) и преобладанию кубической нелинейности над квадратичной. Для данного случая зависимость  $P(z)$  находится из интеграла

$$z = \frac{1}{2\alpha} \int_1^{P_1} \frac{dx}{\sqrt{(1-x)(x-x_1)x^2}},$$

и она равна следующей величине

$$|A_1(z)|^2 = P_1(z) = \frac{2q-2}{qh+q-2}, \quad h = \cos(2z\alpha\sqrt{1-q}), \quad q = \left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^2, \quad (51)$$

которая для определённых значений параметров представлена на Рис. 28. Период этой зависимости определяется следующей формулой

$$z_{per} = \frac{\pi}{\alpha\sqrt{1-q}}, \quad (52)$$

а максимальное  $P_1 = 1$  и минимальное  $P_1 = 1 - q$  значения интенсивности основной волны достигается соответственно в сечениях (37) и (36).

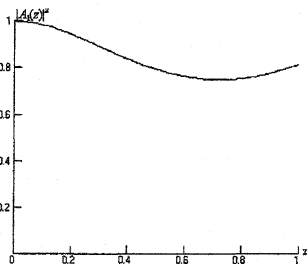


Рис.28. Эволюция вдоль  $z$  интенсивности основной волны для параметров  $\alpha = 1, \gamma = 0.25, \Delta k = 0$ , соответствующих значениям  $q = 0.25, p = 0$ , которые принадлежат кривой, являющейся границей областей 3 и 4 на плоскости Рис. 21. Минимальное значение  $|A_1(z)|^2$  равно  $x_1 = 0.75$ .

На границе же областей 1 и 4 имеют место три корня уравнения (30):  $0 < x_3 < x_2 = x_1 < 1$ , и также как и в области 4 возможна реализация мультистабильности процесса генерации. В этом случае для  $(P_1)_0 = 1$  интеграл (32) преобразуется к виду

$$z = \frac{1}{2\alpha} \int_1^{P_1} \frac{dx}{\sqrt{(1-x)(x-x_2)(x-x_2)^2}},$$

и он соответствует изменению решения в пределах  $x_2 \leq P_1(z) \leq 1$ .

Второе решение соответствует изменению  $P_1(z)$  в промежутке  $[x_3; x_2]$ . Оба решения (во втором случае  $(P_1)_0 = x_3$ ) определяются выражением

$$z(P_1) = \frac{1}{2\alpha \sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)}} \ln \frac{[\sqrt{1-P_1(z)(x_1-x_3)} + \sqrt{(1-x_1)(P_1(z)-x_3)}]^2}{(1-x_3)P_1(z)-x_1}, \quad (53)$$

где раскрытие модуля в знаменателе определяется принадлежностью значения  $P_1(z)$  первому и второму отрезку изменения  $P_1(z)$ . Обе зависимости сближаются с ростом  $z$  и сливаются на бесконечности. Таким образом, эти зависимости неперIODические, и они имеют соответственно вид

$$|A_1(z)|^2 = P_1(z) = \frac{4hx_3(1-x_1) - x_1(h+1-x_3)^2}{4h(1-x_1) - (h+1-x_3)^2} \quad (54)$$

- для изменения интенсивности в промежутке  $[x_2; 1]$ ,

$$|A_1(z)|^2 = P_1(z) = \frac{4hx_3(1-x_1) + x_1(h-1+x_3)^2}{4h(1-x_1) + (h-1+x_3)^2}, \quad h = (1-x_3)e^{2\alpha\sqrt{(1-x_2)(x_1-x_3)}z} \quad (55)$$

- для изменения интенсивности на отрезке  $[x_3; x_2]$ . В качестве примера зависимости (54), (55) представлены на Рис.29 соответственно верхней и нижней кривой.

Последняя зависимость  $P_1(z)$  определяется в точке  $q=1, p=0$ , и интеграл (32) для этих значений  $(q, p)$  и  $(P_1)_0 = 1$  преобразуется к виду

$$z(P_1) = \frac{1}{2\alpha} \int_{(P_1)_0}^{P_1} \frac{dx}{\sqrt{(1-x)x^3}} = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{1-P_1(z)}{P_1(z)}}.$$

Отсюда получаем закон изменения интенсивности волны на основной частоте

$$|A_1(z)|^2 = P_1(z) = \frac{1}{1 + \alpha^2 z^2}. \quad (56)$$

Данная зависимость представлена на Рис. 30.

Перейдём теперь к обсуждению назначения различных кнопок, расположенных на Рис. 20, а также к работе с плоскостью  $(q, p)$ . Двигая

курсор мыши по плоскости, выбираем нужные параметры, нажатием левой кнопки мыши. Выбранные параметры отображаются в части формы изображённой на Рис. 31, которые могут быть использованы для построения зависимости интенсивности взаимодействующих волн P(z)

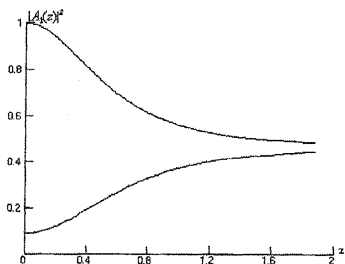


Рис. 29. Эволюция вдоль  $z$  интенсивности основной волны для параметров  $\alpha = 1, \gamma = 0.26, \Delta k = -0.28$ , соответствующих значениям  $q = 0.26, p = -0.14$ , которые принадлежат кривой, являющейся границей областей 1 и 4 на плоскости Рис. 21. Значения величин, определяющих минимальную и максимальную интенсивность равны:  $x_2 = 0.46, x_3 = 0.0912$ .

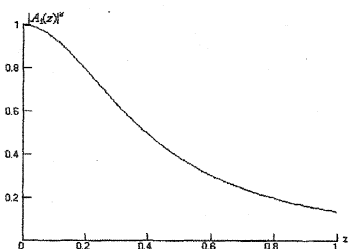


Рис. 30. Эволюция вдоль  $z$  интенсивности основной волны для параметров  $\alpha = 1, \gamma = 1, \Delta k = 0$ , соответствующих значениям  $q = 1, p = 0$ , которые принадлежат кривой, являющейся границей областей 1 и 4 на плоскости Рис. 2.4.1. Минимальное значение  $|A_1(z)|^2$  равно  $x_1 = 0$ .

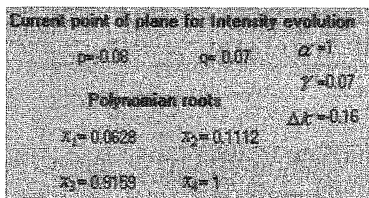


Рис. 31. Текущие значения корней многочлена  $f(x) = 0$ , параметров плоскости  $(q, p)$  и параметров уравнений (1).

Для этого надо выбрать  $|A(z)|^2$  или  $|A_1(z)|^2$ , а затем нажать кнопку P(z). В результате появится график зависимости  $P(z)$ , изображённый на Рис.32 для выбранных параметров  $q, p$ .

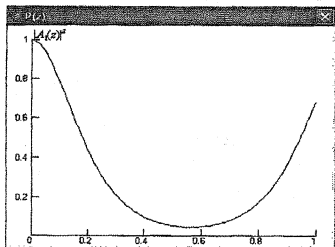


Рис. 32. Зависимость интенсивности основной волны от  $z$  для текущих параметров  $q, p$ , изображённых на Рис. 31.



На данной форме также присутствуют поля, изображённые на Рис. 33. С помощью них можно построить новую плоскость, которая отобразится вместо старой. Для этого необходимо изменить один из изображённых на Рис.33 параметров и нажать Enter на клавиатуре. Заметим, что параметры, изображённые на Рис. 33, задают максимальное значение  $q$ , минимальное и максимальное значения  $p$  соответственно. Число, заданное в поле Step определяет шаг, с которым просматриваются значения параметров плоскости  $(q, p)$  при ее построении.


Рис. 33. Поля, изображенные на Рис. 20, которые используются для построения новой плоскости.

На Рис. 20 также присутствуют поля, изображённые на Рис. 34, в которых отображаются некоторые данные файла Input1.dat и соответствующие значения параметров  $q, p$ . При выборе   $A_1(z)^q$  или   $A_2(z)^p$  и нажатии кнопки  строится график зависимости  $P(z)$ , соответствующий этим параметрам. Цифры в поле Max z соответствуют максимальному значению координаты  $z$ , а в поле step z дано значение шага по координате  $z$ , с которым выполняется построение.

Рис. 34. Поля вывода данных из файла Input1.dat.

## 6. Преобразование кодировки данных

Так как программа 3D\_ГВГ реализована как в кодировке Unix, так и Dos и может работать в операционной системе Unix и Windows, то в созданном пакете предусмотрено автономное преобразование типа данных. Для преобразования файла из формата Dos в формат Unix и наоборот на главной форме программы (Рис. 8) надо, например нажать

кнопку  после этого появится форма для преобразования данных, изображённая на Рис. 35. После её загрузки необходимо выполнить следующие действия. В части формы Рис. 35 выбрать диск и директорию, в которой содержится преобразуемый файл. Эта операция представлена на Рис. 36.

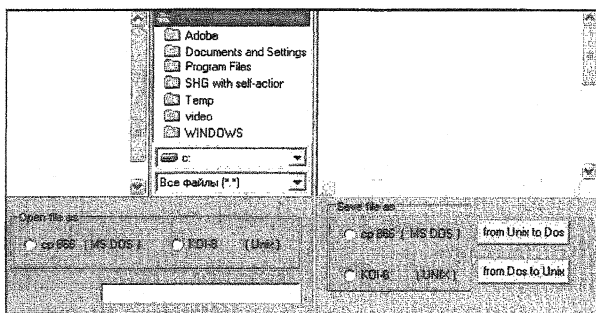


Рис. 35. Общий вид формы для преобразования типа данных после нажатия кнопки

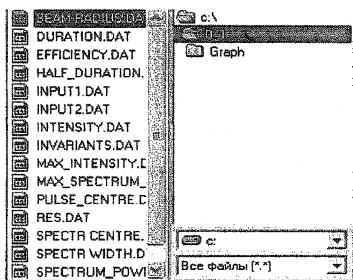


Рис. 36. Выбор файла для преобразования из одного формата в другой.

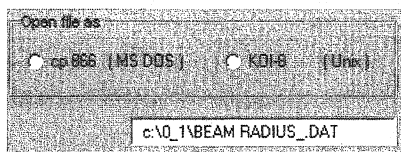


Рис. 37. Выбор кодировки файла происходит с помощью мыши.

После этого в нижнем окне этой формы появится имя выбранного файла и путь к нему. Это изображено на Рис. 37. Для его открытия нужно выбрать кодировку файла. После выбора кодировки на форме справа Рис. 35 появится содержимое этого файла, изображённое на Рис.38.

z	TB1	TB2
0.0000E+00	0.1000E+01	0.0000E+00
0.1000E-01	0.1000E+01	0.6880E+00
0.2000E-01	0.1001E+01	0.6911E+00
0.3000E-01	0.1001E+01	0.6964E+00
0.4000E-01	0.1001E+01	0.7039E+00
0.5000E-01	0.1001E+01	0.7134E+00
0.6000E-01	0.1000E+01	0.7234E+00
0.7000E-01	0.1000E+01	0.7292E+00
0.8000E-01	0.9996E+00	0.7247E+00
0.9000E-01	0.9993E+00	0.7133E+00
0.1000E+00	0.9991E+00	0.7051E+00
0.1100E+00	0.9988E+00	0.7025E+00
0.1200E+00	0.9984E+00	0.7031E+00
0.1300E+00	0.9980E+00	0.7044E+00
0.1400E+00	0.9976E+00	0.7054E+00

Рис. 38. Содержимое файла Beam Radius.dat.

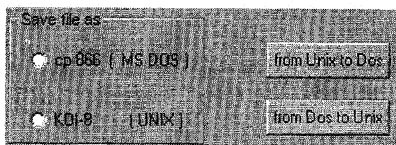


Рис. 39. Сохранение открытого файла в одной из кодировок.

Для сохранения файла в нужной кодировке необходимо выбрать мышью формат и нажать соответствующую кнопку, показанную на Рис. 39. Сохранение файла происходит в поддиректорию Data Transformation (см. Рис.1) по умолчанию, которая находится в главной директории программы.

## 7. Графический пакет обработки информации

Разработанный пакет программ позволяет визуализировать широкий набор характеристик лазерного излучения, включающий в себя:

1. Интегральные характеристики световых импульсов в пространстве  $(z, r, t)$  и  $(z, r, \omega)$ ;  $\omega$  – означает переход в спектральное пространство;

2. Одномерное распределение интенсивностей при фиксированных значениях двух координат:  $(r, t)$ ;  $(z, t)$ ;  $(z, r)$ , а также в соответствующих сечениях спектрального пространства;

3. Трёхмерные графики распределений интенсивностей при фиксированной одной координате:  $r$ ;  $z$ ;  $t$ , а также в соответствующих сечениях спектрального пространства;

4. avi – файлы динамики интенсивностей вдоль координаты распространения импульсов или во времени, а также в спектральном пространстве.

При построении графиков предусмотрена возможность выбора отдельных его участков для подробного просмотра. В случае анализа трёхмерных распределений интенсивностей можно использовать интерполяцию для более качественного построения графиков, задав соответствующее число линий (либо наоборот, уменьшить число линий с целью предварительного просмотра распределений); ограничить

построение графиков наименьшим значением интенсивностей для устранения фона; строить графики в чёрно – белом варианте или цветном.


Прежде чем переходить к описанию возможных полей построения графиков, опишем характеристики распределения интенсивностей, изображение которых предусмотрено в данном пакете. Заметим, так как функции  $A_j$  равны нулю вне рассматриваемого интервала, то ниже для удобства будем писать бесконечные пределы.

- Интегральный радиус пучка:

$$a_j^2(z) = \frac{\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty |A_j(z, r, t)|^2 r^3 dr dt}{E_j(z)}, \quad j = 1, 2, \quad (57)$$


где  $E_j(z)$  – энергия соответствующей волны, и она определяется следующим образом

$$E_j(z) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty |A_j(z, r, t)|^2 r dr dt. \quad (58)$$

В программе характеристике  $a_j(z)$  соответствует поле  Рис. 40, а данные о её изменении содержатся в файле Beam Radius.dat (Рис.7).


• Эффективность преобразования энергии основной волны в энергию второй гармоники:

$$\eta(z) = \frac{E_2(z)}{E_1(z) + E_2(z)}. \quad (59)$$

Построение данной характеристики выполняется с помощью соответствующей кнопки поля  Рис. 40. Данные об этой характеристике хранятся в файле Efficiency.dat (Рис. 7). Для удобства пользователя в этом поле также происходит построение графиков эволюции энергии волн.


- Максимальная интенсивность взаимодействующих волн

$$I_{jm}(z) = \max_{r,t} |A_j(z, r, t)|^2. \quad (60)$$

Их построение выполняется с помощью кнопки поля  Рис.40. Данные об этих характеристиках хранятся в файле Max\_Intensity.dat (Рис. 7).


• Положение центра импульса вычисляется относительно центра рассматриваемой в (2) области по времени, так как центр распределения комплексных амплитуд совпадает с точкой  $L_i/2$

$$t_{\varphi_j}(z) = \frac{\int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \frac{L_t}{2}) |A_j|^2 r dr dt}{E_j(z)}, \quad j = 1, 2. \quad (61)$$

Информация об эволюции этой характеристики вдоль координаты  $z$  находится в файле Pulse\_center.dat (Рис. 7). Построение графиков  $t_{\varphi_j}(z)$  выполняется при нажатии кнопки поля  Рис. 40.

- Интегральная длительность импульса, вычисляемая по формуле

$$\tau_j^2(z) = \frac{\int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \tau_{\varphi_j})^2 |A_j|^2 r dr dt}{E_j(z)}, \quad j = 1, 2. \quad (62)$$

Информация о  $\tau_j(z)$  находится в файле Duration.dat (Рис. 7). Построение  $\tau_j(z)$  выполняется при нажатии кнопки поля  Рис. 40.

- Длительность импульса, определяемая по уровню интенсивности, равной половине максимальной интенсивности светового импульса. Пусть максимум интенсивности находится в точке  $t_{mj}$ . Тогда определим длительность импульса следующим образом


$$I_{mj} = |A_j(z, r = 0, t_{mj})|^2. \quad (63)$$

Определим два момента времени:  $t_{1j}$  и  $t_{2j}$ , одно из которых больше  $t_{mj}$  (например  $t_{2j} > t_{mj}$ ), а другое меньше  $t_{mj}$  (например  $t_{1j} < t_{mj}$ ), по правилу

$$|A_j(z, r = 0, t_{2j})|^2 = 0.5 \cdot I_{mj}, \quad |A_j(z, r = 0, t_{1j})|^2 = 0.5 \cdot I_{mj}. \quad (64)$$


Тогда длительность импульса определится следующим образом

$$\tau_j = t_{2j} - t_{1j}. \quad (65)$$


Информация об этой характеристике находится в файле Half\_duration.dat (Рис. 7). Её построение выполняется при нажатии кнопки, соответствующей полю  Рис. 40.


Следует подчеркнуть, что построение аналогичных характеристик выполняется и для распределений спектральных интенсивностей (Рис. 40), а также предусмотрено построение характеристик светового импульса в физических переменных.

Возможности графической части пакета достаточно подробно проиллюстрированы на Рис. 40 – 48. Необходимые комментарии к работе соответствующей опции программы даны ниже.

После нажатия кнопки поля  на главном меню программы (Рис. 8) появится окно (Рис. 40), которое позволяет выбрать пространство координат. Далее, необходимо последовательно выбрать одно из полей в появляющемся меню. Для наглядности последовательность появляющихся меню изображена стрелками на Рис. 40, где представлена общая схема графического меню и приведены необходимые комментарии. Отметим только, что, во-первых, при выборе поля распределения интенсивности появляющееся меню позволяет выполнить построение трёхмерных графиков с помощью различных средств, которые будут обсуждаться ниже. Во-вторых, в существующей версии программы предусмотрено построение лишь части характеристик оптического излучения в спектральном пространстве. В дальнейшем будут внесены соответствующие изменения, так как созданный программный продукт позволяет это сделать.

На следующих рисунках представлены иллюстрации построения графиков при выборе одного из полей в меню последнего уровня. Прежде всего рассмотрим выполнение программы при выборе различных интегральных характеристик. Соответствующие результаты представлены на Рис. 41. Так как меню у данных характеристик общими чертами, то проиллюстрируем его работу на примере характеристики радиусов пучка, изображённой на Рис. 41а. Результаты изменения величин в полях формы при построении этого графика представлены на Рис. 42. После изменения цифры в соответствующем поле для перерисовки графика надо нажать кнопку Enter.

Первоначальный график эволюции радиуса пучка после выбора поля  представлен на Рис. 42 а. Результаты изменения значений различных полей при построении этой характеристики представлено на Рис. 42 б – д. Заметим, что в случае изменения поля *scale of* происходит перерисовка графика с безразмерным масштабом шкалы указанным в этом поле.

Для сохранения графика нужно воспользоваться кнопкой .

В результате, графики сохраняются в директорию Schrodinger.dat Рис.1.

Выбираем систему координат  $(z, r, t)$  или  $(z, r, \omega)$

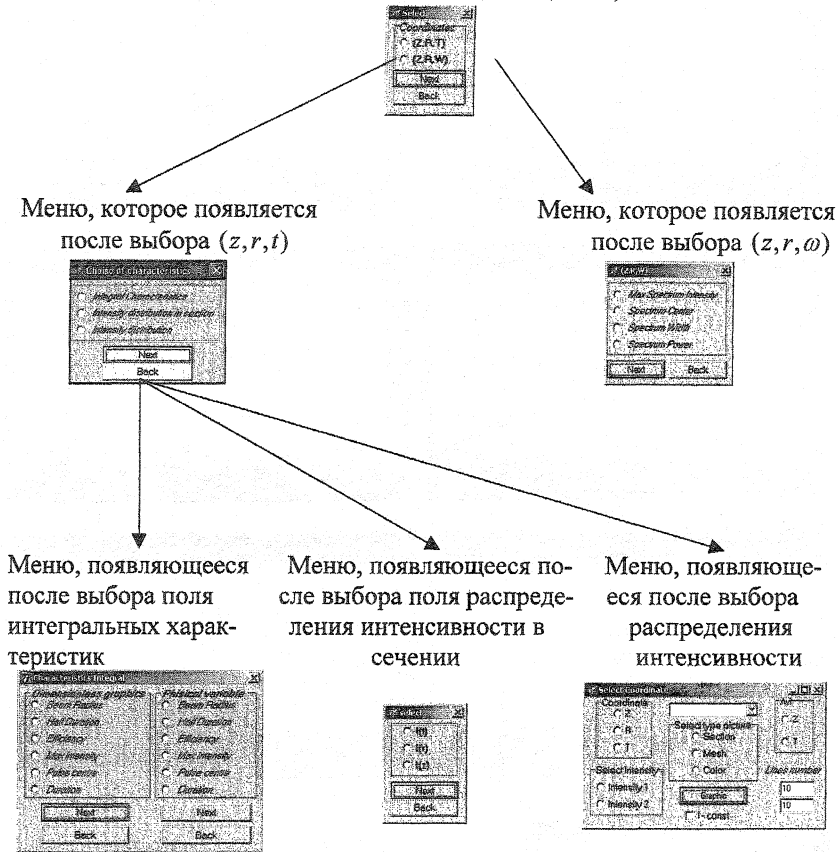
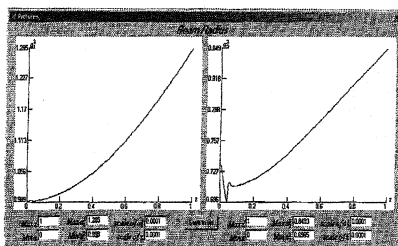
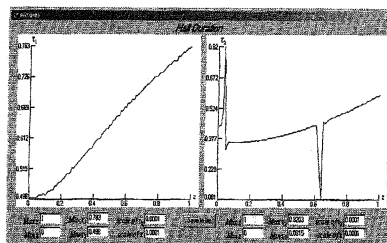


Рис. 40. Общая схема графической части интерфейса программы с указанием направления выбора построения характеристик оптических волн.

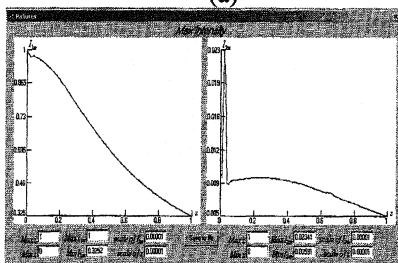
При выборе опции построения сечений интенсивности появится меню «Intensity distribution in section» (Рис. 40), на котором изображена зависимость интенсивностей от одной из координат. Далее необходимо выбрать одну из этих зависимостей. В результате на экране появится форма изображённая на Рис. 44, в которой нужно задать координаты сечения.



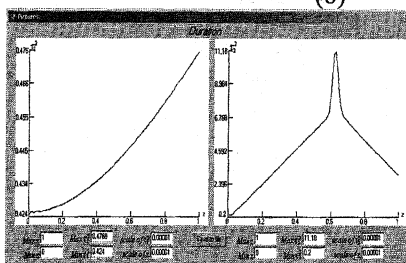
(a)



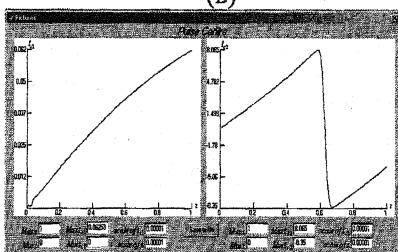
(б)



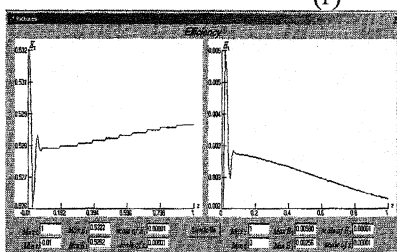
(в)



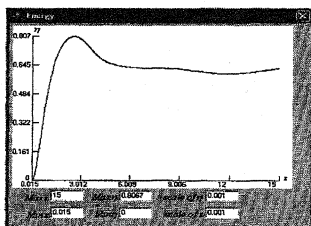
(r)



(д)



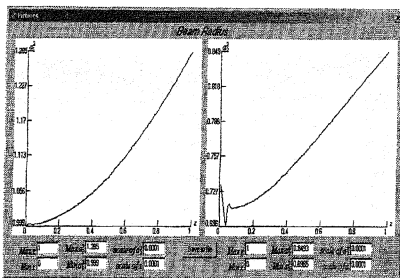
(e)



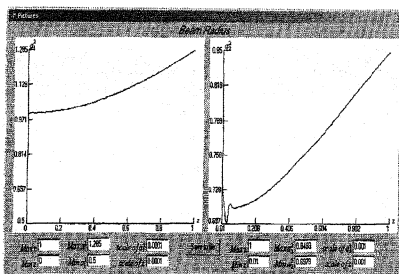
(ж)

Рис. 41. Результаты выполнения программы при выборе в меню поля  *Integral Characteristics*  
 *Beam Radius* (а),  *Half Duration* (б),  *Max Intensity*  
 (в),  *Duration* (r),  *Pulse centre* (д),  
 *Efficiency and Energy* (е) и (ж).

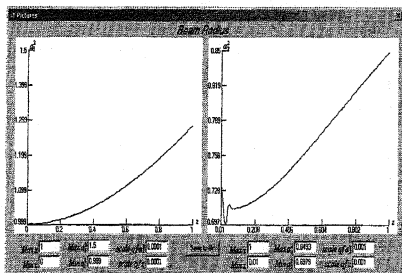




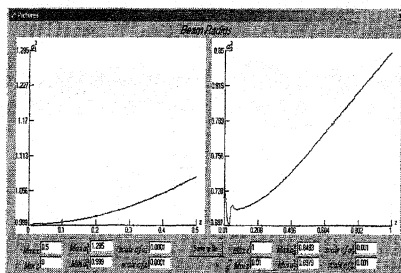
(a)



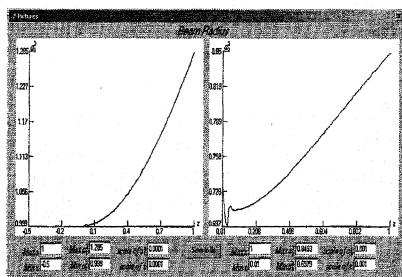
(б)



(в)



(г)



(д)

Рис. 42. Изменение первоначального графика радиуса пучка основной волны и второй гармоники (а) при изменение полей  $Min a_1^2$  со значения 0.99 до значения 0.5 (б),  $Max a_1^2$  со значения 1.295 до значения 1.5 (в),  $Max z$  со значения 1 до значения 0.5 (г),  $Min z$  со значения 0 до значения -0.5 (д).

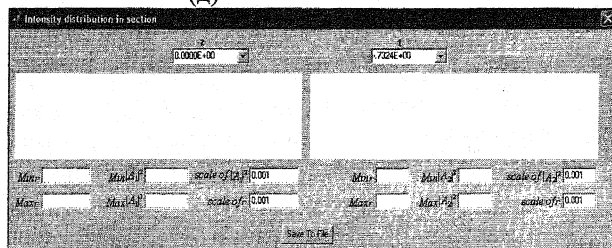
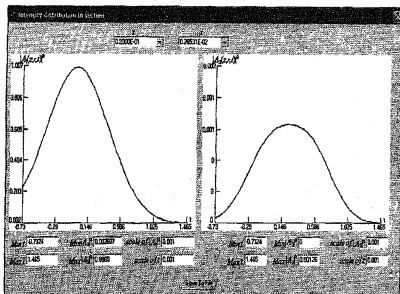
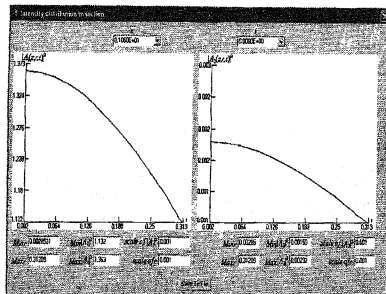


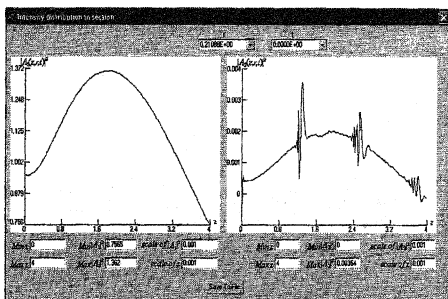
Рис.43. Начальный вид формы Intensity distribution in section.



(a)



(б)



(в)

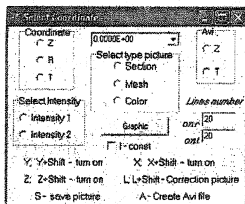
Рис. 44. Распределение интенсивности  $I(t)$  (а),  $I(r)$  (б),  $I(z)$  (в) в заданных пользователем сечениях координат.

Выбрав нужные значения, появится одна из картинок изображённых на Рис. 44. Заметим, что для построения графика в новом сечении необходимо выбрать новые значения координат в соответствующих полях. При выборе одной из координат построение графика будет непосредственно выполняться.

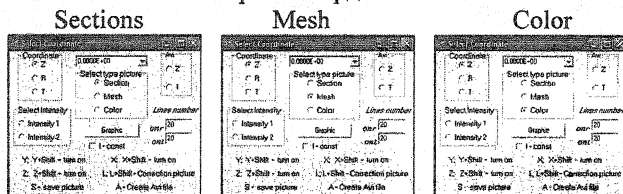
Последняя часть графического меню, относится к пространству  $(r, z, t)$ , и позволяет выполнить построение графики вида  $U(x, y)$ . Общая структура этого меню представлена на Рис. 45. Прежде всего нужно выбрать соответствующее сечение координат нажатием одной из кнопок (Рис. 45). Например, при выборе поля  Z, будет выполняться построение распределений интенсивностей в координатах  $(r, t)$ . Далее необходимо выбрать один из способов построения графиков. В программе даны три возможности, которым соответствуют поля  Section,  Mesh,  Color.

При выборе поля  Section построение графика будет выполнено с помощью линий, параллельных друг другу и одной осей координат

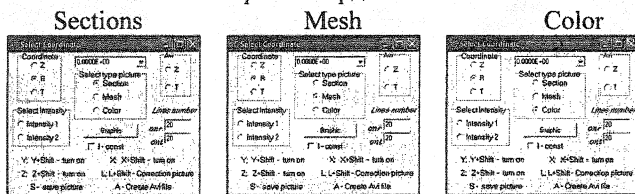
(Рис. 46 а,б,ж,з,о,п). При выборе поля  Mesh построение графика происходит с помощью взаимно перпендикулярных линий которые параллельны одной из координат (Рис. 46 в,г,и,к,р,с). В случае выбора поля  Color график функции изображается в цветном варианте. На Рис. 46 д,е,л,м,т,у он представлен в черно-белом варианте.



Выбрана координата Z



Выбрана координата R



Выбрана координата T

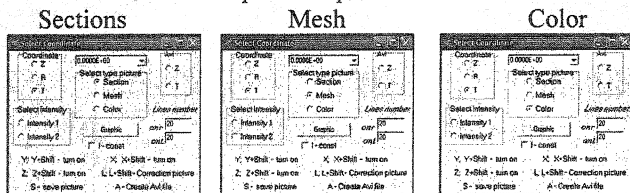
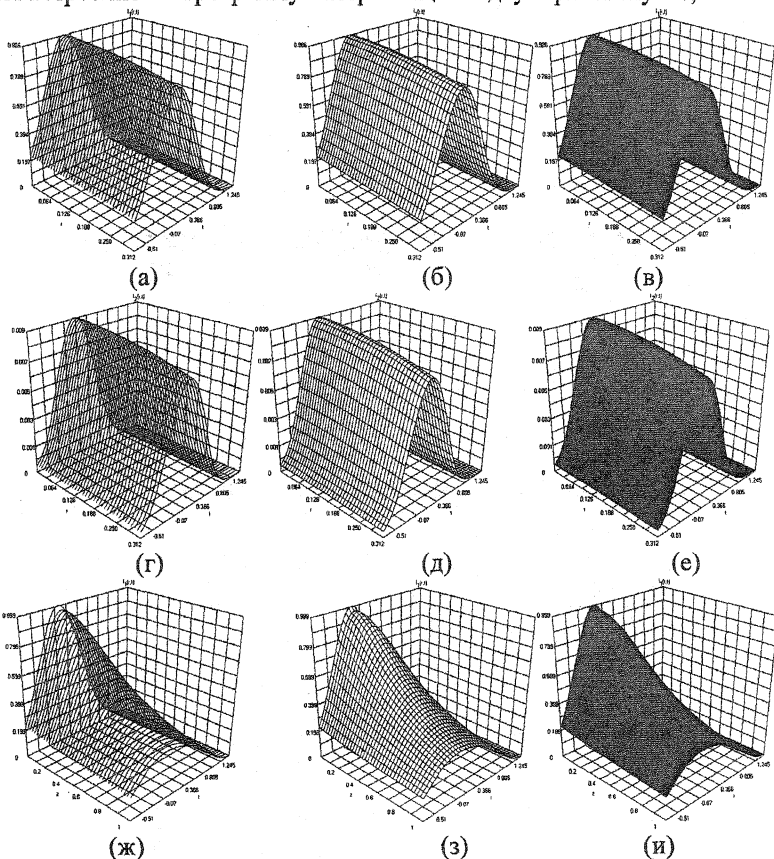


Рис. 45. Общая структура графической части меню для пространства  $(z,r,t)$ , выполняющая построение графиков, вида  $U(x,y)$ .

Далее для выполнения построений необходимо выбрать волну (основную или вторую гармонику). Он происходит с помощью поля *Select Intensity*, выбрав одну из гармоник *Intensity 1* или *Intensity 2*. Поля *Lines number* позволяют задать соответствующее число линий по каждой из координат, которое используется при построении графика. При этом, если в файле *Intensity.dat* (Рис. 8) отсутствует необходимое число значений интенсивности, то недостающие данные будут восполнены за счёт встроенной в программу интерполяции в двумерном случае,



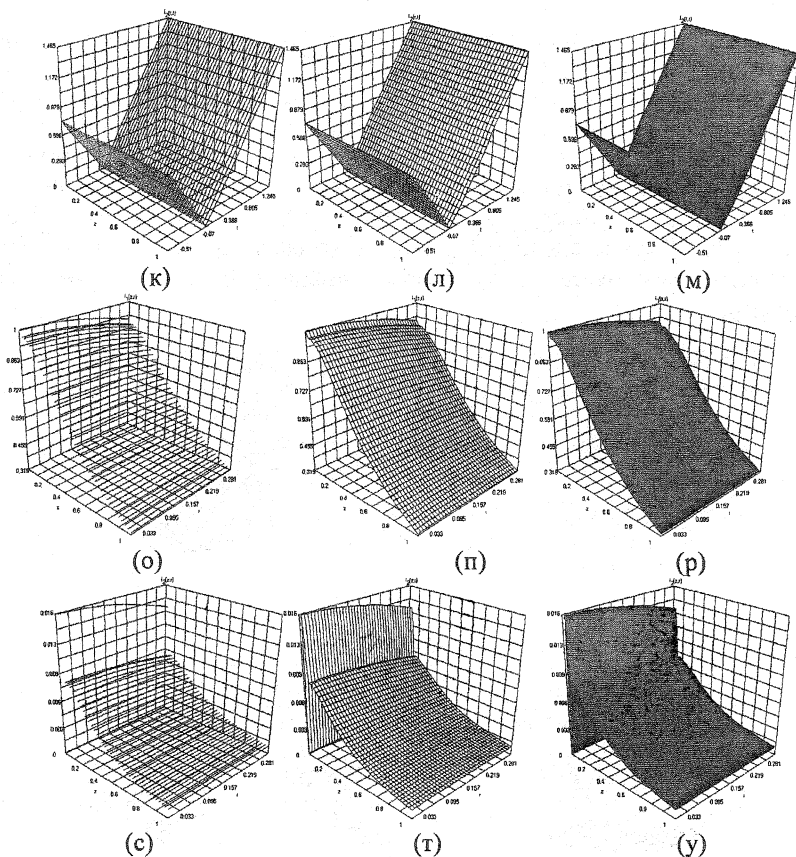


Рис. 46. Построение распределений интенсивностей основной волны (а,в,д,ж,и,л,о,р,т) и волны второй гармоники (б,г,е,з,к,м,п,с,у).

базирующейся на изложенном в [25] алгоритме. Очевидно, использование большого числа линий приводит к росту качества получаемой картинки, но при этом замедляет выполнение построения графика.

Ещё одно поле *Avi* позволяет формировать *avi* – файлы эволюции распределения интенсивности либо вдоль координаты  $z$ , либо вдоль координаты  $t$ . Для применения этой функции необходимо выбрать соответствующую координату. *Avi* – файл строится только в цветном изображении. Запуск построения любого из перечисленных графиков осуществляется по кнопке



После выполнения построения графика имеется возможность управления точкой, с которой происходит обзор поверхности. Для этого предусмотрен поворот изображения вокруг каждой из трёх осей. При однократном нажатии соответствующих клавиш происходит поворот на 5 градусов. Соответствующая иллюстрация представлена на Рис. 47 в черно-белом виде. Следует только подчеркнуть, что при построении повторной поверхности (без перезагрузки программы) будет реализован последний угол, имевший место для предыдущего построения. После нового запуска программы реализуется угол обзора, выбранный в программе по умолчанию.

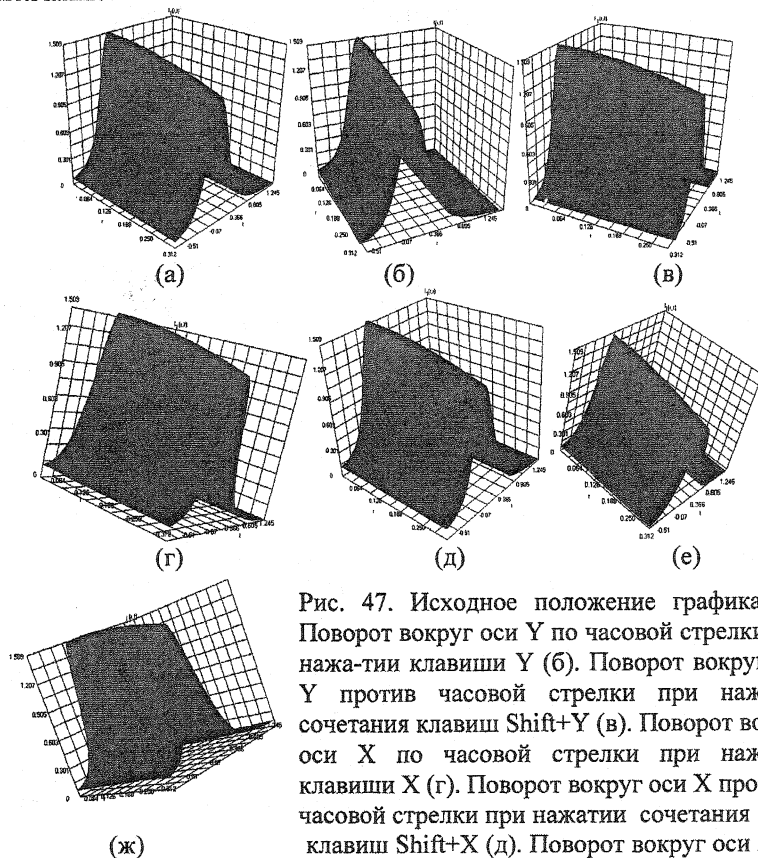


Рис. 47. Исходное положение графика (а). Поворот вокруг оси Y по часовой стрелки при нажатии клавиши Y (б). Поворот вокруг оси Y против часовой стрелки при нажатии сочетания клавиш Shift+Y (в). Поворот вокруг оси X по часовой стрелки при нажатии клавиши X (г). Поворот вокруг оси X против часовой стрелки при нажатии сочетания клавиш Shift+X (д). Поворот вокруг оси Z по часовой стрелки при нажатии клавиши Z (е). Поворот вокруг оси Z против часовой стрелки при нажатии сочетания клавиш Shift+Z (ж).

В заключение рассмотрим иллюстрации построения графиков в спектральном пространстве  $(r, z, \omega)$ . В этом случае имеет место построения эволюции максимальной спектральной интенсивности, определяемой следующим образом

$$I_{sj}(z) = \max_{r, \omega} |A_j(z, r, \omega)|^2, j = 1, 2, \quad (66)$$

- положения спектрального центра

$$\omega_{sj}(z) = \frac{\int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |A_j(z, r, \omega)|^2 \omega d\omega dr}{E_{sj}}, j = 1, 2 \quad (67)$$

- спектральной ширины, вычисляемой следующим образом

$$\tau_{sj}^2(z) = \frac{\int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |A_j(z, r, \omega)|^2 (\omega - \omega_{sj})^2 d\omega dr}{E_{sj}}, j = 1, 2, \quad (68)$$

- спектральной энергии

$$E_{sj}(z) = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |A_j(z, r, \omega)|^2 d\omega dr, j = 1, 2. \quad (69)$$

В качестве иллюстрации на Рис. 48 представлены результаты выполненных построений. Следует отметить, что при построении ширины спектрального распределения изображается характеристика  $\tau_{sj}(z)$ .

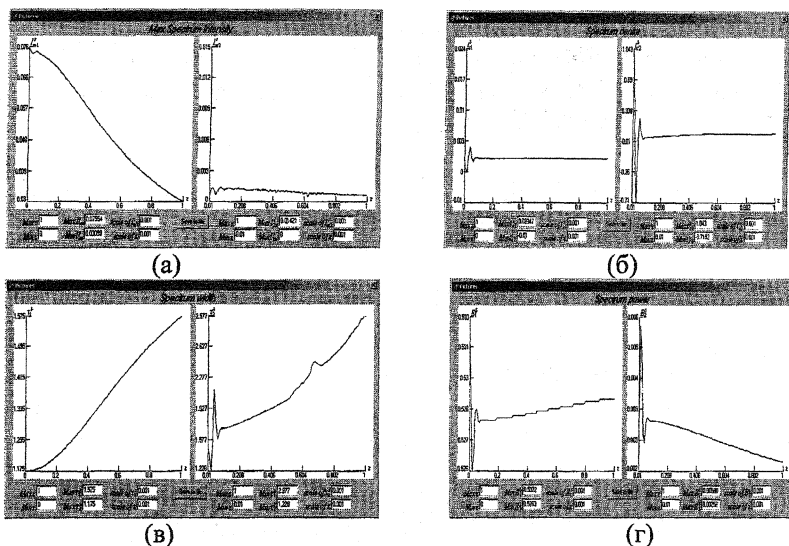


Рис. 48. Иллюстрация работы программы построения характеристик распределения интенсивностей в спектральном пространстве  $(r, z, \omega)$ : эволюция максимальной спектральной интенсивности (а); положения центра спектра (б); интегральной ширины спектра (в) и спектральной энергии (г).

## 8. Заключение

Применение разработанного и описанного выше пакета программ для визуализации результатов компьютерного моделирования, выполненного на основе построенной консервативной разностной схемы [26] с использованием параллельных алгоритмов, продемонстрировало его высокую эффективность при анализе задач генерации второй гармоники [27-31]. Как правило, имеющее место в настоящее время в экспериментах физические параметры приводят к необходимости использования при компьютерном моделировании сеток с 8000-12000 узлами по временной координате и 500-1000 узлами по радиусу. При этом по продольной координате число узлов изменяется от 1000 до 4000. Созданный пакет позволяет эффективно обрабатывать полученную информацию.

Важным его достоинством является возможность анализа предельных эффективности преобразования энергии и множественности решений задачи. В наших работах показано, как реализовать



переключение с низкоэффективной ветви генерации на высокоэффективную ветвь. Изучены также многие другие вопросы.

Созданный пакет программ (описанная программа и программа решения соответствующей системы уравнений Шредингера) может во многих случаях заменить физический эксперимент и провести практически полный анализ возможных режимов генерации и взаимодействия оптических гармоник.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бломберген Н. Нелинейная оптика. / Пер. с англ. М: МИР. 1966. 424 С.
2. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики: электромагнитные волны в нелинейных диспергирующих средах. / М: ВИНТИ. 1965. 384 С.
3. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика. / М: ФИЗМАТЛИТ. 2004. 511 С.
4. Сухоруков А. П. Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике. М.: Наука. 1988. 230 С.
5. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. / Пер. с англ. М: МИР. 1989. 558 С.
6. Цернике Ф., Мидвинтер Дж. Прикладная нелинейная оптика. / Пер. с англ. М: МИР. 1976. 262 С.
7. Разумихина Т.Б., Телегин Л.С., Холодных А.И., Чиркин А.С. Трехчастотные взаимодействия интенсивных световых волн в средах с квадратичной и кубичной нелинейностями // Квантовая электроника. 1984. Т. 11, N 10. С. 2026-2030.
8. Ditmore T., Rubenchik A.M., Eimerl M. et al. The Effects of the Cubic Nonlinearity on the Frequency Doubling of High Power Laser Pulses. // JOSA B. 1996. V. 13. N 4. P. 649-652.
9. Krylov V., Rebane A., Kalintsev A.G., Schwoerer H. Second-harmonic generation of amplified femtosecond Ti: sapphire laser pulses. // Optics Letts. 1995. V. 20. N 2. P.198-200.
10. Begishev I.A., Kalashnikov M., Karpov V. et al. Limitation of second-harmonic generation of femtosecond Ti :sapphire laser pulses. // JOSA B. 2004. V. 21. N 2. P. 318-322.

11. Marcinkevicius A., Tommasini R., Tsakiris G.D. et al. Frequency doubling of multi-terrawatt femtosecond pulses. // *Applied Physics B*. 2004. V. 79. P. 547-554.
12. Steinmeyer G., Sutter P.H., Gallmann L., Matuschek N., Keller U. Frontiers in ultrashort pulse generation: Pushing the limits in linear and nonlinear optics. // *Science*. 1999. V.286. P.1507-1511.
13. Ho P.P., Wang Q.Z., Alfano R.R. // *Optics Letters*. 1991. V.16. P. 970-972.
14. Zhang G., Huang G. Second-harmonic generation from regenerative amplified femtosecond laser pulses in BBO and LBO crystals.// *J. Opt. Soc.* 1998. V.15. N1. P. 200-208.
15. Zheng Z., Weiner A. M. Femtosecond second-harmonic generation in periodically poled lithium niobate wave guides with simultaneous strong pump depletion and group-velocity walk-off.// *J. Opt. Soc.* 2002. V.1. N4. P. 839-847.
16. Иванова И.С., Магницкий С.А., Трофимов В.А. Критерий эффективности генерации второй гармоники мощных фемтосекундных световых импульсов // *Вестн. МГУ. Сер. Вычисл. матем. и кибернетика* 2000. № 1. С. 21-25.
17. Лысак Т.М., Трофимов В.А. Бистабильность и единственность решений задачи генерации второй гармоники фемтосекундными импульсами. // *ЖВМ и МФ*. 2001. Т.41. N8. С.1275-1278.
18. Лысак Т.М., Трофимов В.А. Бистабильный режим ГВГ фемтосекундных импульсов. // *ЖТФ*. 2001. Т.71. N11. С.53-58.
19. Лысак Т.М., Трофимов В.А. Эффективная генерация второй гармоники фемтосекундного импульса вдали от фазового синхронизма. // *Оптика и спектроскопия*. 2002. Т.92. N2. С. 323-326.
20. Лысак Т.М., Трофимов В.А. ГВГ фемтосекундных импульсов в условиях ненулевой амплитуды волны на удвоенной частоте. // *Оптика и спектроскопия*. 2002. Т.93. N5. С. 861-874.
21. Лысак Т.М., Трофимов В.А. О возможности генерации аттосекундных импульсов при ГВГ высокоинтенсивных фемтосекундных импульсов. // *Письмо в ЖТФ*. 2004. Т.30. N13. С. 83-88.
22. Лысак Т.М., Трофимов В.А. Катастрофическое изменение эффективности генерации второй гармоники высокоинтенсивного фемтосекундного импульса при отстройке от фазового синхронизма. // *ЖТФ*. 2005. Т.75. Вып.6. С.63-68.
23. Trofimov V.A., Lysak T.M. Soliton-like regime of femtosecond laser pulse propagation in bulk media under the condition of SHG. // *In*

- "Lectures Notes in Mathematics"/ Editor Vulkov L. Springer-Verlag. Berlin. Heidelberg, 2005. V.3401. P. 542-549.
24. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. / Пер. с англ. М.: МИР. 1979. 832 С.
  25. Бабенко К.И. Основы численного анализа. М.: НАУКА. 1986. 74С.
  26. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Трофимов В. А. Математическое моделирование в нелинейной оптике. М.: Изд-во московского университета. 1989. 156 С.
  27. Trofimov V. A., Trofimov V.V. High effective SHG of femtosecond pulse with ring profile of beam in bulk medium with cubic nonlinear response. // Technical Program of XII Inter. Conf. on Laser Optics. St. Petersburg, Russia. 2006. P. 43.
  28. Trofimov V. A., Trofimov V.V. Programs packet for computer simulation of 3D SHG in medium with quadratic and cubic nonlinear response and Bose-Einstein condensate. // Abstract of the 11<sup>th</sup> Intern. Conference MMA'06. Jurmala, Latvia. 2006. P. 64.
  29. Trofimov V. A., Trofimov V.V. Formation of intensive pulses with super short duration under the cascading SHG in bulk medium. // Proceedings of Intern. Conference FNM'06. Kharkov, Ukraine. 2006. P.403 - 406.
  30. Trofimov V. A., Trofimov V.V. On compression of femtosecond pulses with basic and doubled frequencies.// In "Laser Physics and Photonics, Spectroscopy and Molecular Modeling VI"/ Ed. Derbov V. L., Melnikov L. A., Babkov L. M. Proceedings of SPIE. 2006. V. 6165. P.616202-1 - 616202-8.
  31. Trofimov V. A., Trofimov V.V. High effective SHG of femtosecond pulse with ring profile of beam in bulk medium with cubic nonlinear response // Proceedings of SPIE. 2007. V. 6610. P. 66100R-1 - 66100R-9.