

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ
имени М.В. Ломоносова

академик _____

Е.И.Моисеев



_____ 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Задачи и алгоритмы вычислительной геометрии»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – 01.01.09 «Дискретная математика и математическая кибернетика»

2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Задачи и алгоритмы вычислительной геометрии

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика» .Направленность (профиль) – 01.01.09 «Дискретная математика и математическая кибернетика»

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам вариативной части образовательной

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
-------------------------	---------------------------------

<p>Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)</p>	<p>З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>
<p>Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики (ПК-1)</p>	<p>З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>
<p>Способность оперировать современными методами анализа дискретных моделей (ПК-2)</p>	<p>ЗНАТЬ Современные методы анализа дискретных моделей Код З1(ПК-2) УМЕТЬ Оперировать современными методами анализа дискретных моделей. Код У1(ПК-2) ВЛАДЕТЬ современными методами анализа дискретных моделей код В1 (ПК-2)</p>

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

36 часа составляет контактная работа с преподавателем – 34 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 0 часов мероприятий текущего контроля успеваемости, 0 часов групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

72 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по дискретной математике и основам кибернетики в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Процесс изложения учебного материала сопровождается презентациями и демонстрацией теории и методов решения задач вычислительной геометрии в интерактивном режиме с использованием мультимедийного проектора.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе дается обзор основных понятий, концепций и методов для постановки задач вычислительной геометрии и разработки алгоритмов для их решения.

Наименование и	Всего	В том числе
----------------	-------	-------------

краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	(часы)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа обучающегося, часы			
		из них					из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	Всего
<p>Тема 1. Предмет и задачи вычислительной геометрии. Основные понятия. Модель вычислений. Мера сложности вычислений. Асимптотический анализ сложности. Рекурсивные алгоритмы. Алгоритмическая парадигма «разделяй и властвуй». Оценка вычислительной сложности задачи.</p>	8	4	-	-	-	-	4	4	-	4

<p>Тема 2. Задачи и алгоритмы геометрического поиска.</p> <p>Задачи геометрического поиска.</p> <p>Локализация точки в простом многоугольнике, в выпуклом многоугольнике, в планарном подразбиении.</p> <p>Метод полос. Алгоритм Киркпатрика.</p>	12	6	-	-	-	-	6	6	-	6
<p>Тема 3. Задачи и алгоритмы построения выпуклых оболочек.</p> <p>Выпуклая оболочка конечного множества точек. Метод Джарвиса. Метод Грэхема. Слияние выпуклых оболочек. Метод редукции для оценки сложности задачи. Нижняя оценка сложности для алгоритмов выпуклой оболочки.</p>	8	4	-	-	-	-	4	6	-	6

<p>Тема 4. Задачи и алгоритмы, связанные с пересечением геометрических объектов. Операции над множествами геометрических объектов. Задачи о пересечениях геометрических объектов. Задача пересечения конечного множества отрезков. Упорядочение отрезков на плоскости. Алгоритмическая парадигма плоского заметания. Структуры данных в алгоритме заметания плоскости. Алгоритм заметания для задачи пересечения отрезков.</p>	8	4	-	-	-	-	4	4	-	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

<p>Тема 5. Задачи и алгоритмы, связанные с близостью геометрических объектов.</p> <p>Определение и основные свойства разбиения Вороного и триангуляции Делоне. Близость точек. Минимальный покрывающий граф.</p> <p>Преобразования двойственных графов. Наивные алгоритмы построения триангуляции Делоне. Алгоритм жадной триангуляции. Триангуляция методом «разделяй и властвуй»</p>	16	8	-	-	-	-	8	8	-	8
---	-----------	---	---	---	---	---	----------	---	---	----------

Тема 6. Скелетизация плоских фигур. Скелет и обобщенная диаграмма Вороного. Обобщенная триангуляция Делоне для отрезков. Алгоритм построение обобщенной триангуляции Делоне. Построение скелета многоугольной фигуры. Регуляризация скелета.	16	8	-	-	-	-	8	8	-	8	
Промежуточная аттестация – лабораторная работа	40	2	-	-	-	2	2		-	38	
Итого	108						36	72			

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом .

Основная учебно-методическая литература

- 1) Ф.Препарата, М.Шеймос. Вычислительная геометрия: введение. «Мир», Москва, 1989.

- 2) А.Ахо, Дж.Хопкрофт, Дж.Ульман. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. «Мир», Москва, 1979.
- 3) Т.Х. Кормен и др. Алгоритмы: построение и анализ, 3-е изд., Москва, «И. Д. Вильямс», 2016. – 1328 с.
- 4) М.Ласло. Вычислительная геометрия и компьютерная графика на C++. М., Бином, 1997.
- 5) Л.М.Местецкий. Вычислительная геометрия и графика. Конспект лекций.
- 6) Л.М.Местецкий. Непрерывная морфология бинарных изображений: фигуры, скелеты, циркуляры. Москва, Физматлит, 2009.

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

В процессе обучения используются презентации в MS PowerPoint.

Материально-техническая база

Медиа проектор и экран для проведения лекций-презентаций.

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

д. т. н. Местецкий Л.М.

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Задачи и алгоритмы вычислительной геометрии»**

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ из соответствующих карт компетенций					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	доклад на научном семинаре

<p>ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p>ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения З1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>

<p>УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен, контрольные работы</p>

ЗНАТЬ Современные методы анализа дискретных моделей Код З1(ПК-2)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах анализа дискретных моделей	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах анализа дискретных моделей	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах анализа дискретных моделей	Сформированные систематические знания о современных методах анализа дискретных моделей	Устный экзамен
УМЕТЬ Оперировать современными методами анализа дискретных моделей. Код У1(ПК-2)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения оперировать современными методами анализа дискретных моделей.	В целом успешное, но не систематическое оперировать современными методами анализа дискретных моделей.	Успешное, но содержащее отдельные пробелы оперировать современными методами анализа дискретных моделей.	Сформированное умение оперировать современными методами анализа дискретных моделей.	Отчет
ВЛАДЕТЬ современными методами анализа дискретных моделей код В1 (ПК-2)	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками современного методами анализа дискретных моделей	В целом успешное, но не систематическое применение навыков современного методами анализа дискретных моделей	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками современного методами анализа дискретных моделей	Сформированное владение навыками оптимального выбора современного методами анализа дискретных моделей	Отчет

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Вопросы к экзамену и лабораторной работе.

1. Понятие сложности вычислений, временная и пространственная сложность алгоритма, мера сложности для наихудшего случая и в среднем.
2. Асимптотический анализ эффективности алгоритмов и асимптотическая нотация для описания скорости роста затрат вычислительных ресурсов.
3. Рекурсивная декомпозиция задачи. Выражение вычислительной сложности алгоритма в рекуррентной и замкнутой форме.
4. Алгоритмическая парадигма «разделяй и властвуй». Алгоритм сортировки слиянием для массива чисел и оценка его сложности.
5. Понятие сложности задачи. Верхняя и нижняя оценки сложности для задачи сортировки массива.

6. Задачи поиска. Двоичный поиск в упорядоченном массиве. Геометрический поиск и критерии его эффективности.
7. Алгоритм локализации точки в простом многоугольнике.
8. Алгоритм локализации точки в выпуклом многоугольнике.
9. Планарные графы. Теорема Эйлера для планарных графов.
10. Локализация точки в планарном подразбиении методом полос.
11. Локализация точки в планарном подразбиении методом Киркпатрика.
12. Выпуклая оболочка плоского множества.
13. Алгоритм построения выпуклой оболочки конечного множества точек на плоскости методом Джарвиса.
14. Алгоритм построения выпуклой оболочки конечного множества точек на плоскости методом Грэхема.
15. Метод редукции для оценки сложности задачи. Нижняя оценка сложности для алгоритмов выпуклой оболочки конечного множества точек на плоскости.
16. Алгоритм построения выпуклой оболочки конечного множества точек на плоскости методом слияния.
17. Алгоритмическая парадигма плоского заметания и структуры данных «Словарь» и «Очередь с приоритетами».
18. Алгоритм вычисления пересечений конечного множества отрезков на плоскости, основанный на плоском заметании.
19. Задачи пересечения геометрических объектов, сводимые к поиску пересечения множества отрезков. Объединения, пересечения, разность многоугольников.
20. Разбиение Вороного и триангуляция Делоне. Свойства и взаимосвязь.
21. Построение триангуляции Делоне методом жадной триангуляции.
22. Инкрементный алгоритм построения триангуляции Делоне.
23. Построение триангуляции Делоне методом флипов.
24. Построение триангуляции Делоне методом рекурсивной декомпозиции («разделяй и властвуй»).
25. Обобщённая диаграмма Вороного и триангуляция Делоне для сайтов-окружностей.
26. Обобщённая диаграмма Вороного и триангуляция Делоне для коллекции отрезков.
27. Скелет многоугольной фигуры и его связь с диаграммой Вороного коллекции отрезков.

Лабораторная работа 1.

Целью работы является освоение навыков практической работы с объектами и алгоритмами вычислительной геометрии. Успешное выполнение работы призвано способствовать получению высокой оценки за спецкурс, но не является необходимым условием успешной сдачи спецкурса.

Задача состоит в разработке алгоритма и реализации его в виде программы для решения одной из нижеперечисленных задач. Программа должна обеспечить ввод исходных данных и визуализацию полученного результата. Исходные данные задаются пользователем в каком-то понятном стиле, лучше всего – мышью на экране.

Допускается реализация в любой среде, автор должен обеспечить возможность демонстрации работы программы в выбранной системе.

ме программирования.

Задачи различаются по сложности, но совсем тривиальных среди них нет. Приветствуются решения, включающие разработку удобного интерфейса для ввода данных и вывода результатов.

Задачи на выбор:

Проверить, является ли многоугольник простым, т.е. не имеющим пересечений несмежных сторон.

Проверить, пересекаются ли стороны двух многоугольников.

Вычислить количество пересечений сторон двух многоугольников.

Проверить, лежит ли один из двух многоугольников строго внутри другого.

Вычислить площадь и периметр многоугольника.

Проверить, является ли многоугольник выпуклым.

Найти ближайшую точку многоугольника к точке, лежащей снаружи или внутри него (проекцию точки на многоугольник).

Найти площадь пересечения двух прямоугольников со сторонами, параллельными осям координат.

Определить количество точек пересечения отрезка и треугольника.

Вычислить площадь пересечения пары кругов.

Среди заданного множества точек найти тройку, образующую треугольник минимальной площади.

Среди заданного множества точек найти тройку, образующую треугольник, имеющий минимальный радиус описанной окружности.

Лабораторная работа 2 – типовой вариант.

Тема: Построение и анализ выпуклых оболочек

Глубиной $D(p)$ точки p в конечном множестве S из n точек на евклидовой плоскости называется число выпуклых оболочек (выпуклых слоев), которые должны быть удалены из S прежде, чем будет удалена точка p .

Глубиной $M(S)$ множества S называется максимум глубины точек, входящих в S . Очевидно $M(S) \leq \lfloor n/3 - 1 \rfloor$.

Пусть $S_m = \{p: D(p)=m, p \in S\}$ – множество точек глубины m .

Функцией глубин S называется $F(m) = |S_m|$, $m=0, 1, \dots, M(S)$ – количество точек в S , имеющих глубину m .

Нужно разработать алгоритм и реализовать программу вычисления для заданного множества S глубины $M(S)$ и функции глубин $F(m)$.

Программа должна обеспечить:

Ввод заданного массива точек, входящих в множество S ;

Вывод глубины $M(S)$ и функции глубин $F(m)$ множества S .

Исходные данные задаются в текстовом файле. Первая запись – число точек, далее координаты точек. Координаты точек – действительные числа в диапазоне $[0, 1017]$. Максимальное число точек $n=106$. Пример файла исходных данных представлен ниже.

Имя файла: 4node.txt

4 0 0 160 0 80 120 80 92

Выходные данные программы: имя файла исходных данных, значение глубины $M(S)$ и таблица значений функции глубин в формате

$(m, F(m)), m=0, 1, \dots, M(S)$.

Интерфейс программы оставляется на усмотрение автора: принимается консольное приложение или диалоговое оконное приложение.

К заданию прилагаются 4 файла с контрольными примерами из 4, 12, 633 и 10000 точек. Примеры файлов большей размерности 10000 и 100000 точек будут предоставлены авторам эффективных алгоритмов.

Критерии оценки

1. Задание оценивается в 25 баллов.
2. Каждый просроченный день снижает оценку на 1 балл.
3. По результатам проверки проводится собеседование с автором.
4. Если установлены факты заимствования программ, работа принимается при условии успешной устной защиты, но оценка снижается на 10 баллов.
5. За оригинальность и высокое качество решения возможна премия до 10 баллов.
6. Общая за весь курс оценка складывается из оценок за 3 лабораторные работы (по 25 баллов), письменную контрольную работу (25 баллов) и устный экзамен (50 баллов) – всего 150 баллов. Ориентировочная шкала оценок за курс: <75 баллов – неуд, 75-100 – удовлетворительно, 100-125 – хорошо, >125 – отлично.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Особенности организации процесса обучения

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.